

3. CHAPITRE 3 :

MODÉLISATION 1D DES INJECTEURS CONDENSEURS

3-1 MODÉLISATION 0D DE L'IC

La modélisation 0D consiste à donner une approche théorique de type global des IC en simplifiant au maximum la physique des phénomènes intervenant dans le processus de fonctionnement.

Ce modèle est basé sur des bilans globaux entrée/sortie de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Il permet d'estimer les caractéristiques d'un injecteur, en termes de performance et de limites de fonctionnement tout en restant simple avec un volume de calcul réduit. Il nécessite la prise en compte d'une loi de fermeture expérimentale.

Cette modélisation a déjà été entreprise auparavant par différents auteurs : [Rose1960] ; [Cattadori1993] ; [Narabayashi1994] ; [Soplenkov1995] ; et [Deberne2000]. Nous partirons de la modélisation décrite dans [Deberne2000], référence à laquelle nous nous reporterons pour plus de détails. Elle traite de l'IC fonctionnant avec une injection de **liquide centrale**.

Beithou [Beithou2000] a proposé aussi un modèle 0D stationnaire et simplifié de la chambre de mélange pour un IC à injection de **vapeur centrale**, qui donne de bons résultats. Par contre, l'auteur suppose que l'écoulement dans la chambre de mélange de l'IC est isobare, et il ne traite pas l'onde de condensation en supposant que la condensation complète a lieu à la fin de la chambre de mélange (l'auteur impose l'évolution du taux de vide). Pour cela, Beithou considère 2 équations : l'équation de conservation de l'énergie et l'équation de la masse (les indices correspondent aux repères marqués sur la *figure 3-1*) :

$$\begin{cases} M_{1V}(h_{1V} + 0,5u_{1V}^2) + M_{1L}(h_{1L} + 0,5u_{1L}^2) = M_{total}(h_{3L} + 0,5u_{3L}^2) \\ M_{1V} + M_{1L} = M_{total} \\ u_{3L} = \frac{M_{total}}{\rho_{3L}S_{3L}} \end{cases} \quad (3-1)$$

Les résultats ainsi trouvés ont été confrontés aux résultats expérimentaux de Cattadori avec lesquels ils ont présenté une bonne concordance.

Pour notre modélisation, l'injecteur condenseur (à injection de liquide centrale) a été scindé en 5 parties (*figure 3-1*) :

- la tuyère primaire (1) ;
- l'alimentation liquide (2) ;
- la chambre de mélange (3) ;
- l'onde de condensation (4) ;
- le diffuseur (5).

La position de l'onde de condensation au col de la chambre de mélange traduit les conditions de fonctionnement optimales. Pour plus de précision, se référer au *paragraphe 3-5-2*.

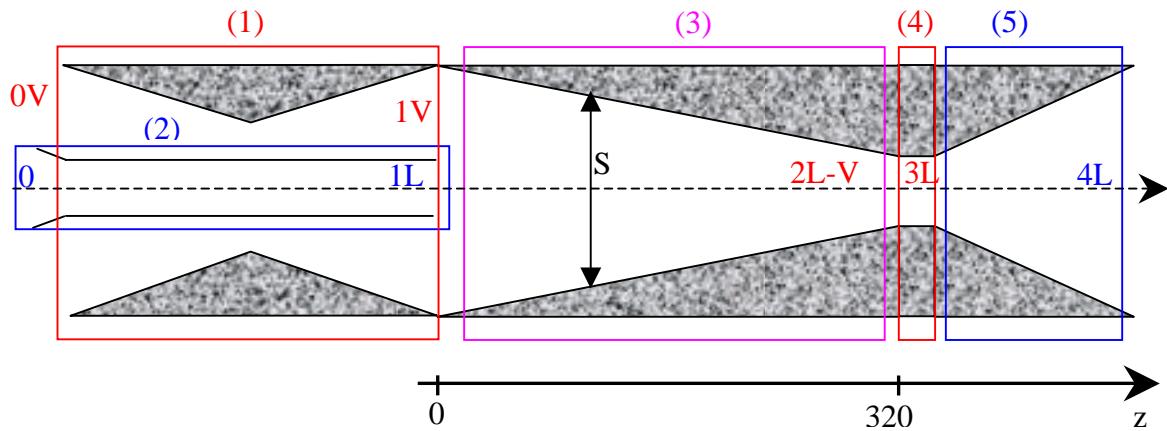


Figure 3-1 : Découpage de l'injecteur en 5 modules pour la modélisation globale

3-1-1 LA TUYÈRE PRIMAIRE

La vapeur est supposée subir une détente isentropique jusqu'au col de la tuyère primaire, puis une détente adiabatique dans le divergent prenant en compte les irréversibilités créées dans cette partie : vitesse importante et présence éventuelle d'ondes de choc obliques.

Au col de la tuyère primaire, les grandeurs de l'écoulement sont déduites des conditions critiques (soniques) :

$$P_{CV} = \delta_c P_{0V} \quad (3-2)$$

avec:

CV condition critique de la vapeur,

$\delta_c = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ taux de détente critique,

γ coefficient isentropique de la vapeur, $\gamma = 1,31$ pour de la vapeur saturée (γ de l'eau varie peu avec la température quand $0 < T < 200^\circ\text{C}$).

Le débit massique de la vapeur est égal au débit critique, soit :

$$M_{0V} = \sqrt{\gamma P_{0V} \rho_{0V}} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} S_{C,TP} \quad (3-3)$$

Les autres variables de l'écoulement sont déduites de l'équation d'état (réelle)¹ de la vapeur en remarquant que $s_{CV} = s_{0V}$ (détente isentropique jusqu'au col), et des relations (3-2) et (3-3) :

$$\begin{aligned} h_{CV} &= h(P_{CV}; s_{CV}) = h(P_{CV}; s_{0V}) \\ \rho_{CV} &= \rho(P_{CV}; s_{CV}) = \rho(P_{CV}; s_{0V}) \\ u_{CV} &= \frac{M_{0V}}{\rho_{CV} S_{C,TP}} \end{aligned}$$

Du col jusqu'à la sortie de la tuyère primaire, la vapeur suit une évolution polytropique de coefficient constant k dont la valeur sera calculée à partir des résultats expérimentaux. Le système à résoudre pour le divergent de la tuyère est donc le suivant :

$$\begin{cases} S_{IV} \rho_{IV} u_{IV} = M_{0V} & \text{Continuité} \\ h_{IV} + \frac{1}{2} u_{IV}^2 = h_{0V} + \frac{1}{2} u_{0V}^2 & \text{Conservation de l'énergie} \\ P_{IV} \rho_{IV}^{-k} = P_{CV} \rho_{CV}^{-k} & \text{Évolution polytropique} \\ h_{IV} = h(P_{IV}; \rho_{IV}) & \text{Équation d'état} \end{cases} \quad (3-4)$$

Afin de simplifier le système (3-4), on pose les paramètres suivants :

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{M_{0V}}{S_{IV}} \\ K_2 &= h_{0V} + \frac{1}{2} u_{0V}^2 \\ K_3 &= P_{CV} \rho_{CV}^{-k} \end{aligned}$$

Le système à résoudre s'écrit alors :

$$\begin{cases} \rho_{IV} u_{IV} = K_1 \\ h_{IV} + \frac{1}{2} u_{IV}^2 = K_2 \\ P_{IV} \rho_{IV}^{-k} = K_3 \\ h_{IV} = h(P_{IV}; \rho_{IV}) \end{cases} \quad (3-5)$$

A partir de ce système, on extrait une équation implicite en ρ_{IV} :

$$\frac{1}{K_2} h(K_3 \rho_{IV}^k; \rho_{IV}) + \frac{K_1^2}{2 K_2 \rho_{IV}^2} - 1 = 0 \quad (3-6)$$

¹ Remarque : la relation (3-2) et l'expression de δ_C découlent de la relation de Barré de Saint-Venant appliquée au gaz parfait. On note que l'écart entre les variables calculées par l'équation d'état des gaz parfaits et par l'équation d'état réelle est d'environ 5%.

La valeur de ρ_{IV} trouvée en résolvant (3-6) est ensuite introduite dans le système (3-5) pour expliciter les autres paramètres.

L'équation d'état est calculée à partir de la table informatisée PROPEAU, cette table a été élaborée lors d'un projet de fin d'étude au sein de notre laboratoire. Elle est basée sur la formulation analytique de [Schmidt1969] et qui décrit l'intégralité du diagramme de Mollier.

3-1-2 L'ALIMENTATION EN LIQUIDE

La modélisation de cette partie de l'injecteur n'est utile que si l'on fixe comme condition amont pour le liquide la pression d'injection P_{0L} .

La pression d'entrée du liquide P_{1L} dans la chambre de mélange est égale et imposée par la pression de la vapeur P_{IV} . Cette hypothèse est admise par tous les auteurs, mais les mesures locales de pression réalisées par [Deberne2000] ont montré qu'elle est erronée (*figure 3-2*). Cependant, elle reste du même ordre de grandeur avec un léger écart (sur la *figure 3-2*, on a $P_{1V} = 0,8$ bar et $P_{1L} = 0,44$ bar).

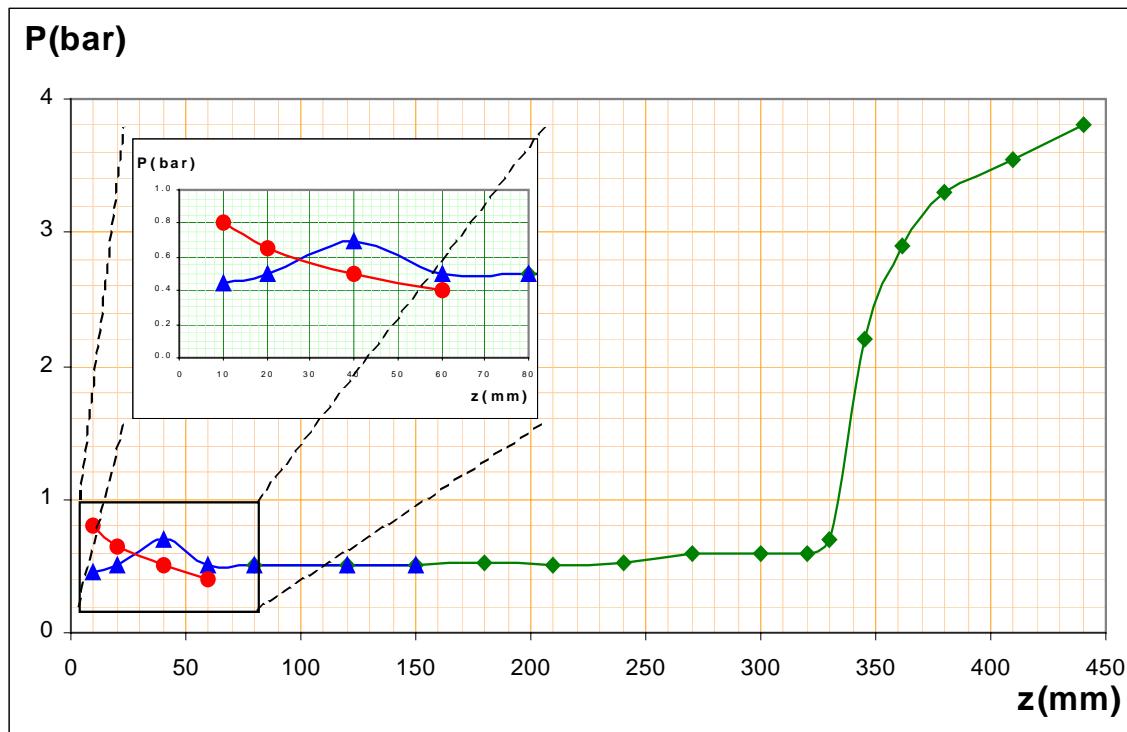


Figure 3-2 : Profils de pression dans la chambre de mélange et le diffuseur

En appliquant l'équation de Bernoulli entre les point $0L$ et $1L$, et en admettant que la vitesse amont du liquide est nulle ($u_{0V} = 0$, condition de réservoir) et que le liquide est incompressible ($\rho_{1L} = \rho_{0L}$), on obtient :

$$P_{0L} = P_{IV} + \frac{1}{2} \rho_{0L} u_{1L}^2 + \frac{1}{2} \xi \rho_{0L} u_{1L}^2 \quad (3-7)$$

avec :

ξ : coefficient de perte de charge qui tient compte des pertes dans le circuit d'alimentation liquide et de l'erreur induite par l'hypothèse d'égalité des pressions $P_{IV} = P_{1L}$. Ce coefficient est déduit des mesures expérimentales.

Les caractéristiques du liquide à l'entrée 1L de la chambre de mélange se déduisent de (3-7) et des hypothèses formulées précédemment :

$$\begin{cases} \rho_{1L} = \rho_{0L} \\ P_{1L} = P_{IV} \\ u_{1L} = \sqrt{\frac{2(P_{0L} - P_{IV})}{(1 + \xi)\rho_{0L}}} \\ h_{1L} = h_{0L} - \frac{1}{2} u_{1L}^2 \end{cases} \quad (3-8)$$

Enfin le débit d'injection liquide M_{0L} est donné par la relation :

$$M_{0L} = \rho_{1L} u_{1L} S_{1L} \quad (3-9)$$

3-1-3 LA CHAMBRE DE MÉLANGE

La chambre de mélange est l'organe le plus important de l'injecteur car c'est le lieu où se produit la quasi-totalité des transferts entre les phases vapeur et liquide :

- transfert de quantité de mouvement,
- transferts de chaleur et de masse.

Il est évident que c'est la partie la plus délicate à modéliser puisque c'est l'endroit où est créé l'essentiel des irréversibilités dans l'injecteur.

La modélisation de la chambre de mélange est basée sur :

- la prise en compte d'une part des irréversibilités en tenant compte du profil de la pression longitudinale dans cette partie de l'injecteur ;
- l'utilisation d'un modèle avec séparation des phases liquide et vapeur en tenant compte du taux de vide.

Les hypothèses adoptées sont les suivantes :

- écoulement monodimensionnel et permanent : toutes les grandeurs considérées sont égales dans une même section droite pour une phase donnée ;
- section aval de la chambre de mélange coïncidant avec la section amont de l'onde de choc ;
- frottement aux parois négligeable (comparés aux irréversibilités internes) ;
- système adiabatique vis à vis du milieu extérieur ;
- équilibre cinétique et dynamique à la sortie de la chambre de mélange ;
- mélange homogène à la sortie de la chambre de mélange.

Les équations de bilans appliquées à la chambre de mélange s'écrivent :

Continuité

$$S_2 \rho_2 u_2 = S_1 (\alpha_1 \rho_{1V} u_{1V} + (1 - \alpha_1) \rho_{1L} u_{1L}) \quad (3-10)$$

Quantité de mouvement

$$S_2 \rho_2 u_2^2 + S_2 P_2 = S_1 (\alpha_1 \rho_{1V} u_{1V}^2 + (1 - \alpha_1) \rho_{1L} u_{1L}^2 + \alpha_1 P_{1V} + (1 - \alpha_1) P_{1L}) + 2\pi \int_1^2 P(z) r(z) \tan \beta(z) dz \quad (3-11)$$

$P(z)$ pression pariétale le long de la chambre de mélange à l'abscisse z

$r(z)$ rayon de la chambre de mélange à l'abscisse z

$\beta(z)$ demi angle du convergent de la chambre de mélange à l'abscisse z .

Conservation de l'énergie

$$S_2 \rho_2 u_2 h_2 + \frac{1}{2} S_2 \rho_2 u_2^3 = S_1 \left[\alpha_1 \rho_{1V} u_{1V} \left(h_{1V} + \frac{1}{2} u_{1V}^2 \right) + (1 - \alpha_1) \rho_{1L} u_{1L} \left(h_{1L} + \frac{1}{2} u_{1L}^2 \right) \right] \quad (3-12)$$

Équation d'état

$$h_2 = h(P_2; \rho_2) \quad (3-13)$$

Le taux de vide représente le rapport des sections matérielles de l'IC à l'entrée de la chambre de mélange :

$$\alpha_1 = \frac{S_{1V}}{S_1} \quad (3-14)$$

Afin de simplifier le système, on pose les paramètres suivants :

$$K_1 = \frac{S_1}{S_2} (\alpha_1 \rho_{1V} u_{1V} + (1 - \alpha_1) \rho_{1L} u_{1L})$$

$$A_1 = \frac{S_1}{S_2} (\alpha_1 \rho_{1V} u_{1V}^2 + (1-\alpha_1) \rho_{1L} u_{1L}^2)$$

$$A_2 = \frac{S_1}{S_2} (\alpha_1 P_{1V} + (1-\alpha_1) P_{1L})$$

$$I_p = 2\pi \int_1^2 P(z) r(z) \tan \beta(z) dz$$

$$K_2 = A_1 + A_2 + \frac{I_p}{S_2}$$

$$K_3 = \frac{S_1}{S_2} \left\{ \alpha_1 \rho_{1V} u_{1V} \left[h_{1V} + \frac{1}{2} u_{1V}^2 \right] + (1-\alpha_1) \rho_{1L} u_{1L} \left[h_{1L} + \frac{1}{2} u_{1L}^2 \right] \right\}$$

Les équations de bilan précédentes s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \rho_2 u_2 = K_1 \\ \rho_2 u_2^2 + P_2 = K_2 \\ \frac{1}{2} \rho_2 u_2^3 + \rho_2 u_2 h(\rho_2; P_2) = K_3 \\ h_2 = h(\rho_2; P_2) \end{cases} \quad (3-15)$$

Ce système de quatre équations contient cinq inconnues (ρ_2 ; u_2 ; P_2 ; h_2 ; I_p). Il nécessite donc l'établissement d'une loi de fermeture permettant de calculer le terme intégral de pression pariétale I_p .

Loi de fermeture pour le calcul du terme intégral de pression

Grolmes [Grolmes1968] a pu constater expérimentalement que les profils de pression sont principalement corrélés au taux de condensation R calculé à partir des paramètres d'entrée de la chambre de mélange. Ce taux de condensation représente la fraction théorique de la vapeur condensable à une pression donnée P :

$$R = \left(\frac{x_1 L_V}{Cp(T_{sat} - T_{1L})U} \right)_P \quad (3-16)$$

x_1 titre en vapeur à l'entrée de la chambre de mélange

L_V chaleur latente de l'eau à la pression P

U taux d'entraînement : $U = \frac{M_L}{M_V}$

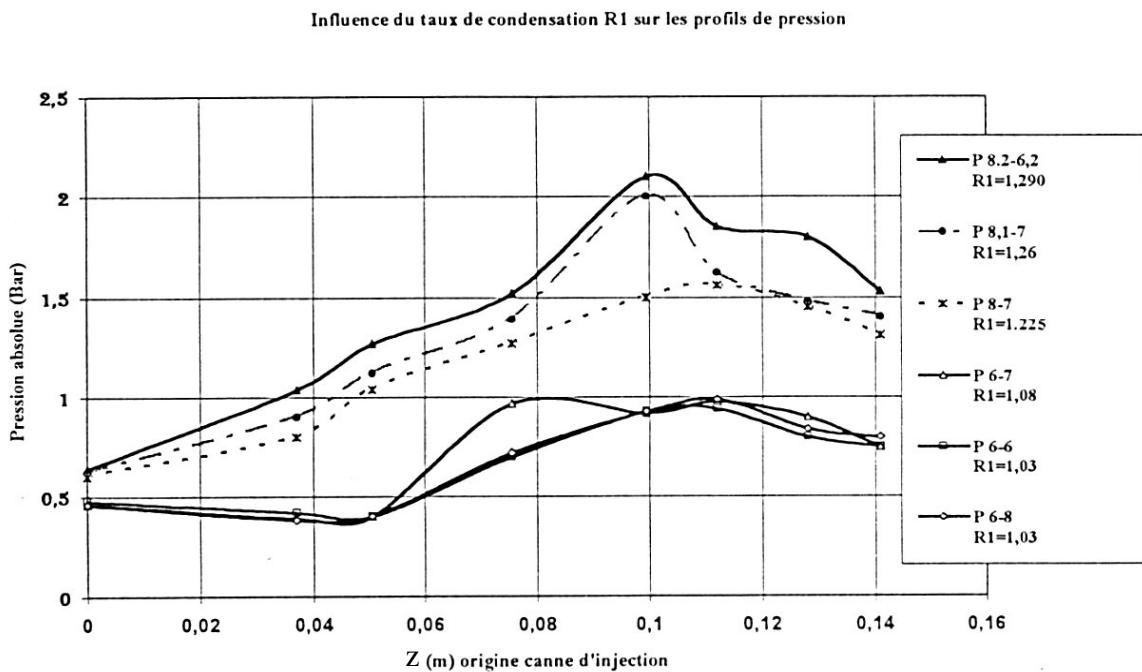
Cp chaleur massique de l'eau à la pression P

T_{sat} température de saturation à la pression P

T_{1L} température du liquide au point 1L

I_p dépend exclusivement du profil de pression et de la géométrie de l'injecteur. Ainsi, le terme intégral I_p dépend fortement du taux de condensation.

La figure 3-3 illustre l'évolution de la pression dans la chambre de mélange. D'une manière générale, lorsque le taux de condensation augmente, la pression dans la chambre de mélange croît aussi. On remarque également que pour un taux de condensation $R = 1,03$ la pression est pratiquement constante dans la première partie de la chambre de mélange. Par ailleurs, Grolmes [Grolmes1968] a également constaté que l'évolution de la pression le long de la chambre de mélange pouvait être considérée comme constante lorsque $R < 0,69$ environ. L'hypothèse d'une pression constante dans la chambre de mélange pouvait être pessimiste, ainsi nous considérons que le profil de pression peut être considéré comme linéaire pour $R < 0,69$.



Légende :

P_{x-y} : x = Pression de vapeur amont P_{0V}
 y = Pression de refoulement P_{4L}

Figure 3-3 : Influence du taux de condensation sur les profils de pression dans la chambre de mélange (d'après [Deberne1995])

Ces remarques permettent d'écrire qu'il est nécessaire :

- pour $R > 0,69$: de chercher une corrélation pour le calcul de I_p en fonction de R ;
- pour $R < 0,69$: de calculer le terme I_p en intégrant un profil linéaire de pression entre l'entrée et la sortie de la chambre de mélange.

a- calcul de I_p pour $R > 0,69$

On cherche une corrélation qui soit fonction du taux de condensation R pour déterminer le terme I_p ensuite, on définit une pression équivalente calculée comme suit :

$$P_{eq} = \frac{\int_1^2 P(z) \tan \beta(z) r(z) dz}{\int_1^2 r(z) \tan \beta(z) dz} \quad (3-17)$$

La pression équivalente est considérée comme la pression moyenne dans la chambre de mélange rapportée à la surface agissante dynamiquement sur le système. Cette pression dépend essentiellement du taux de condensation R . Par ailleurs, le taux de pression équivalente τ_{eq} est défini de la façon suivante :

$$\tau_{eq} = \frac{P_{eq}}{P_{IV}} \quad (3-18)$$

Les essais de performances, réalisés par Deberne [Deberne2000] sur les IC INSA et Helios, ont permis de corrélérer le taux de pression équivalent en fonction du taux de condensation, d'où la relation adimensionnelle suivante :

$$\tau_{eq} = 1,01R^{2,57} \quad (3-19)$$

Cette corrélation permet de déduire la valeur de I_p pour la plage de fonctionnement de l'injecteur ($R > 0,69$) :

$$I_p = 1,01R^{2,57} P_{IV} 2\pi \int_1^2 \tan \beta(z) r(z) dz \quad (3-20)$$

b- calcul de I_p pour $R < 0,69$

Dans ce cas, on peut considérer le profil de pression comme constant. Néanmoins, l'hypothèse d'une pression rigoureusement constante dans la chambre de mélange semble approximative. On a donc préféré représenter le profil de pression par une droite joignant la pression d'entrée P_{IV} à la pression de sortie P_2 .

La distribution s'écrit alors :

$$P(z) = \frac{(P_2 - P_{IV})}{(z_2 - z_1)} (z - z_1) + P_{IV} \quad (3-21)$$

d'où :

$$I_p = \left[2\pi \int_1^2 \frac{(z - z_1)}{(z_2 - z_1)} \tan \beta(z) r(z) dz \right] (P_2 - P_{IV}) + \left[2\pi \int_1^2 \tan \beta(z) r(z) dz \right] P_{IV}$$

$$I_p = K_{g1} (P_2 - P_{IV}) + K_{g2} P_{IV} = K_{g1} P_2 + (K_{g2} - K_{g1}) P_{IV} \quad (3-22)$$

K_{g1} et K_{g2} sont des constantes ne dépendant que de la géométrie de l'injecteur et de la position de l'onde de choc en z_2 .

le terme I_p dépend de la pression P_2 qui est une inconnue du problème. Mais comme I_p dépend linéairement de P_2 dans ce cas, la résolution du système (3-15) ne présente aucune difficulté.

3-1-4 L'ONDE DE CONDENSATION

L'injecteur-condenseur sert à pressuriser le mélange eau/vapeur à une pression supérieure à celle de la vapeur motrice. Cette pressurisation a lieu essentiellement dans un changement brutal des caractéristiques thermodynamiques et cinétiques du mélange (onde de choc de condensation).

On constate expérimentalement que la contre-pression maximale est obtenue lorsque :

- l'épaisseur de l'onde de condensation est minimale,
- l'onde de condensation est située au col de la chambre de mélange.

Cette position est imposée dans ce modèle afin de déduire les performances optimales du fonctionnement.

Pour la modélisation de l'onde de condensation, les hypothèses suivantes ont été adoptées :

- l'écoulement est monodimensionnel ;
- l'état est diphasique en amont de l'onde de condensation et liquide en aval ;
- les équilibres cinétiques et dynamiques sont atteints en amont de l'onde ;
- le système est adiabatique vis à vis du milieu extérieur ;
- la longueur de l'onde est suffisamment faible pour pouvoir négliger :
 - la variation de section entre le début et la fin de l'onde de condensation ($S_2 = S_3$),
 - les contraintes de pression pariétales.

Compte tenu des hypothèses précédentes, les équations de bilan s'écrivent :

Continuité

$$\rho_{3L}u_{3L} = \rho_{2L-V}u_{2L-V} \quad (3-23)$$

Quantité de mouvement

$$\rho_{3L}u_{3L}^2 + P_3 = \rho_{2L-V}u_{2L-V}^2 + P_{2L-V} \quad (3-24)$$

Conservation de l'énergie

$$h_{3L} + \frac{1}{2}u_{3L}^2 = h_{2L-V} + \frac{1}{2}u_{2L-V}^2 \quad (3-25)$$

Équation d'état

$$h_{ij} = h(P_i; \rho_{ij}) \quad j = L, V \quad i = 2, 3 \quad (3-26)$$

Afin de simplifier le système, on pose les paramètres suivants :

$$\begin{aligned} K_1 &= \rho_{2L-V} u_{2L-V} \\ K_2 &= \rho_{2L-V} u_{2L-V}^2 + P_{2L-V} = K_1 u_{2L-V} + P_{2L-V} \\ K_3 &= h_{2L-V} + \frac{1}{2} u_{2L-V}^2 \end{aligned}$$

Les équations de bilan précédentes se simplifient :

$$\begin{cases} \rho_{3L} u_3 = K_1 \\ \rho_{3L} u_3^2 + P_3 = K_2 \\ h_{3L} + \frac{1}{2} u_{3L}^2 = K_3 \\ h_{3L} = h(\rho_{3L}; P_3) \end{cases} \quad (3-27)$$

Le système (3-27) est non linéaire, pour sa résolution on utilise une méthode itérative sur la masse volumique en initialisant $(\rho_{3L})^{i=0} = \rho_{2L}$

3-1-5 LE DIFFUSEUR

Le diffuseur permet de ralentir le fluide (en raison de sa forme divergente) et de transformer ainsi son énergie cinétique au profit de l'énergie de pression.

Le mélange étant totalement liquide à la fin de l'onde de condensation, l'écoulement dans le diffuseur est simplement décrit par l'équation de Bernoulli et l'équation de continuité :

$$\begin{cases} \rho_{4L} = \rho_{3L} \\ \rho_{4L} u_{4L} S_{4L} = \rho_{3L} u_{3L} S_{3L} \\ P_{4L} + \frac{1}{2} \rho_{4L} u_{4L}^2 = P_{3L} + \frac{1}{2} \rho_{3L} u_{3L}^2 - \frac{1}{2} \xi \rho_{3L} u_{3L}^2 \\ h_{4L} = h(\rho_{4L}; P_{4L}) \end{cases} \quad (3-28)$$

ξ : coefficient de perte de charge singulière dans un diffuseur conique, calculé selon la relation [Idel'cyk1969] :

$$\xi = \frac{\lambda}{8 \sin \frac{\beta}{2}} \left(1 - \frac{S_3}{S_4} \right) \quad (3-29)$$

λ : coefficient de perte de charge linéique, lui aussi calculé selon [Idel'cyk1969] ;

β : angle de divergence du diffuseur.

$$\lambda = f(Re, \bar{\Delta}) = 0,1 \left(1,46 \bar{\Delta} + \frac{100}{Re} \right)^{0,25} \quad (3-30)$$

avec : $Re = \frac{u_0 D_h}{\nu}$

où :

D_h : diamètre hydraulique de la section étroite du diffuseur,
 u_0 : vitesse moyenne de l'écoulement dans la section étroite du diffuseur,
 $\bar{\Delta}$: rugosité relative des parois.

3-1-6 ORGANIGRAMME DE LA RÉSOLUTION NUMÉRIQUE

Le modèle a été programmé sur un micro ordinateur (compatible PC) en Borland Pascal 7.0. Les données d'entrée sont les dimensions de l'IC et les paramètres physiques et dynamiques de l'eau liquide et de la vapeur à l'entrée. Par ailleurs, on cherche à déterminer les performances optimales de l'IC en boucle ouverte, l'onde de choc est alors située au col de la chambre de mélange. L'organigramme du code de calcul est représenté sur la *figure 3-4*.

Les propriétés de l'eau dans la plage de fonctionnement de l'IC sont constamment déterminées à l'aide d'un module de calcul appelé PROPEAU. Ce module est défini sous forme d'unité séparée du programme principale, afin de ne pas surcharger l'organigramme.

Pour chaque bloc (partie de l'IC) de la *figure 3-4* on trouvera l'organigramme correspondant dans l'*annexe 2*.

3-1-7 RÉSULTATS DU MODÈLE GLOBAL

Les résultats expérimentaux obtenus ont été relevés sur les injecteurs INSA/LC {A1, B1, C1} cités dans le *chapitre 2*. L'ensemble des valeurs d'essais (§ 2-2) a permis d'estimer les valeurs optimales pour les coefficients empiriques intervenant dans le modèle (*Tableau 3-1*).

Définition	Coefficient de détente polytropique dans la tuyère primaire k (-)	Coefficient de perte de charge dans l'alimentation en liquide ξ (-)		
Valeur	1,12	0,15		
Plage de validité	P_{OV} (bar)	4 - 10	M_{OL} (kg/s)	0,5 - 1,5

Tableau 3-1 : Valeurs des coefficients empiriques

Les *figures 3-5* et *3-6* montrent que la modélisation donne des valeurs correctes en comparaison avec l'expérience. Par contre ce modèle surestime en général le taux d'entraînement U_{max} et la pression d'alimentation de vapeur maximale P_{OVmax} .

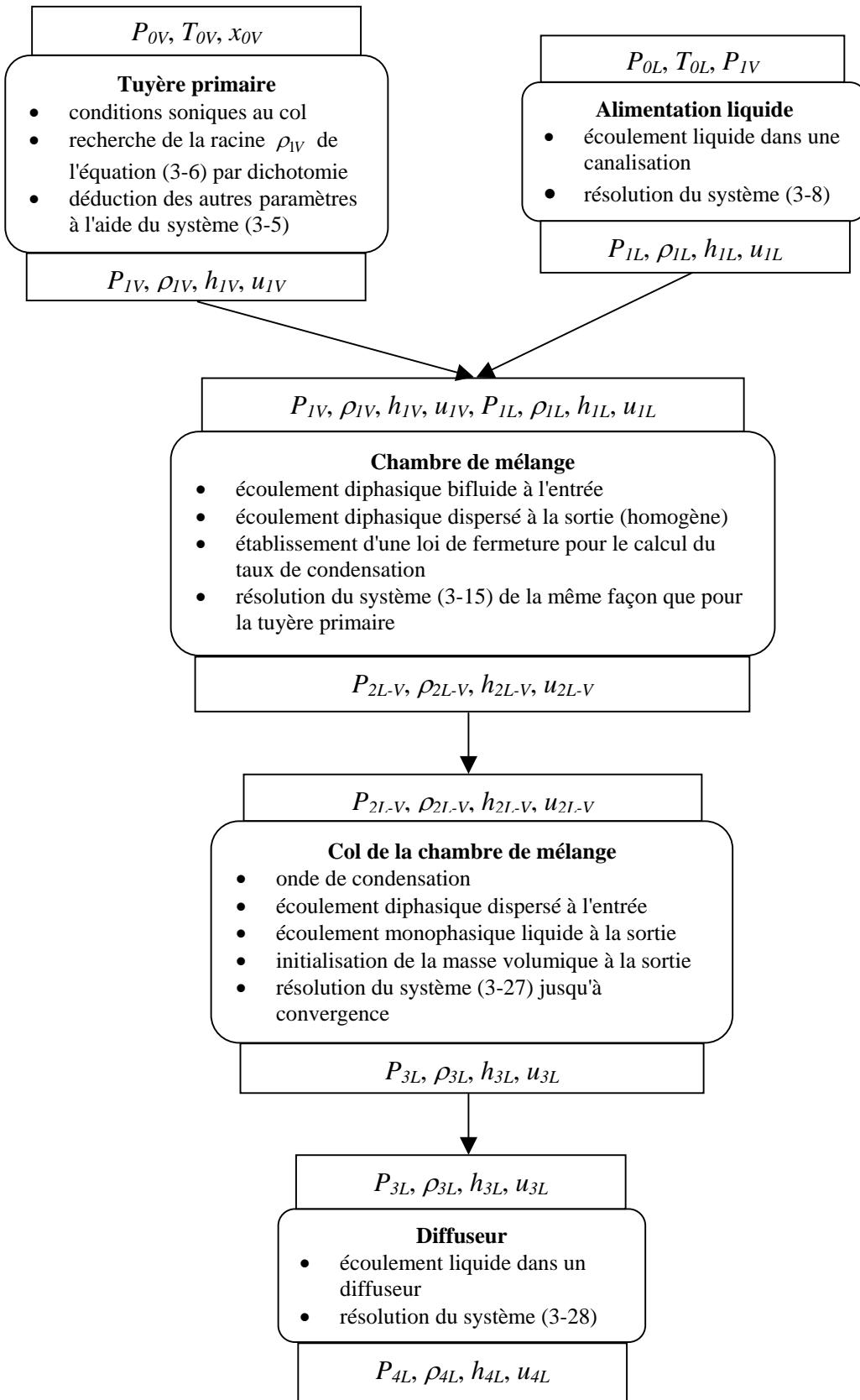


Figure 3-4 : Organigramme de la résolution numérique 0D

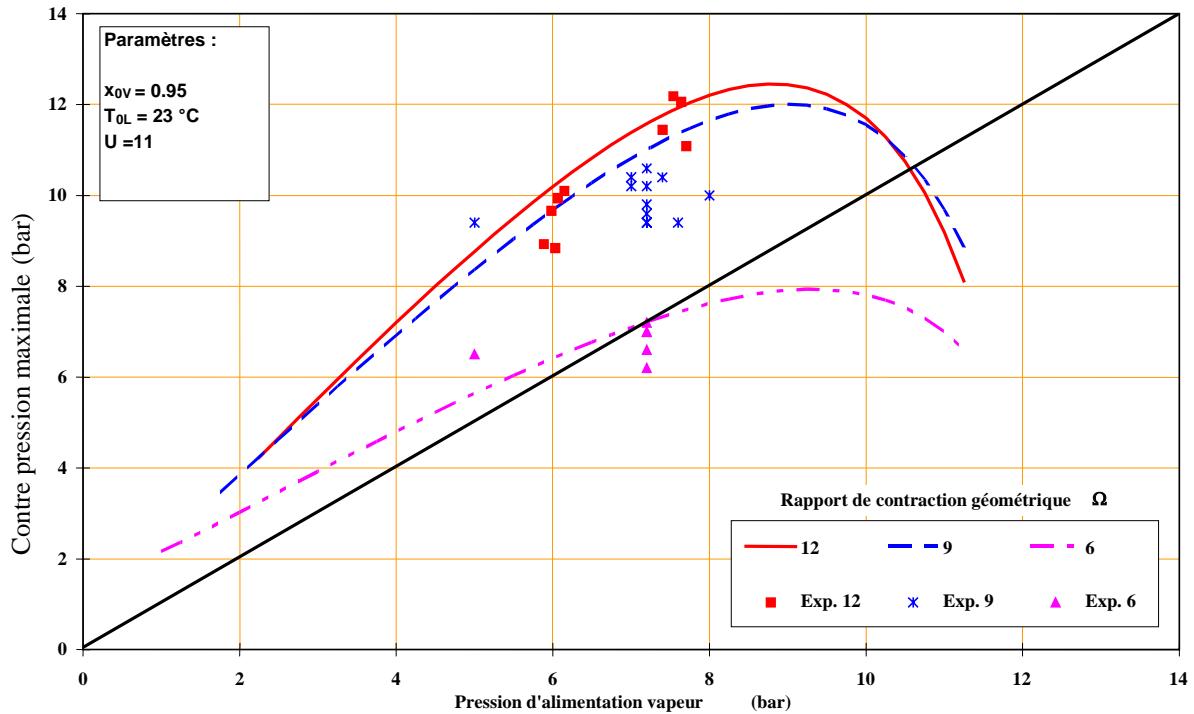


Figure 3-5 : Influence de la température d'entrée du liquide sur les performances de l'injecteur INSA/LC/A1, comparaison modèle/expérience. Les extrémités des courbes de modélisation correspondent aux limites de fonctionnement prédites par le modèle

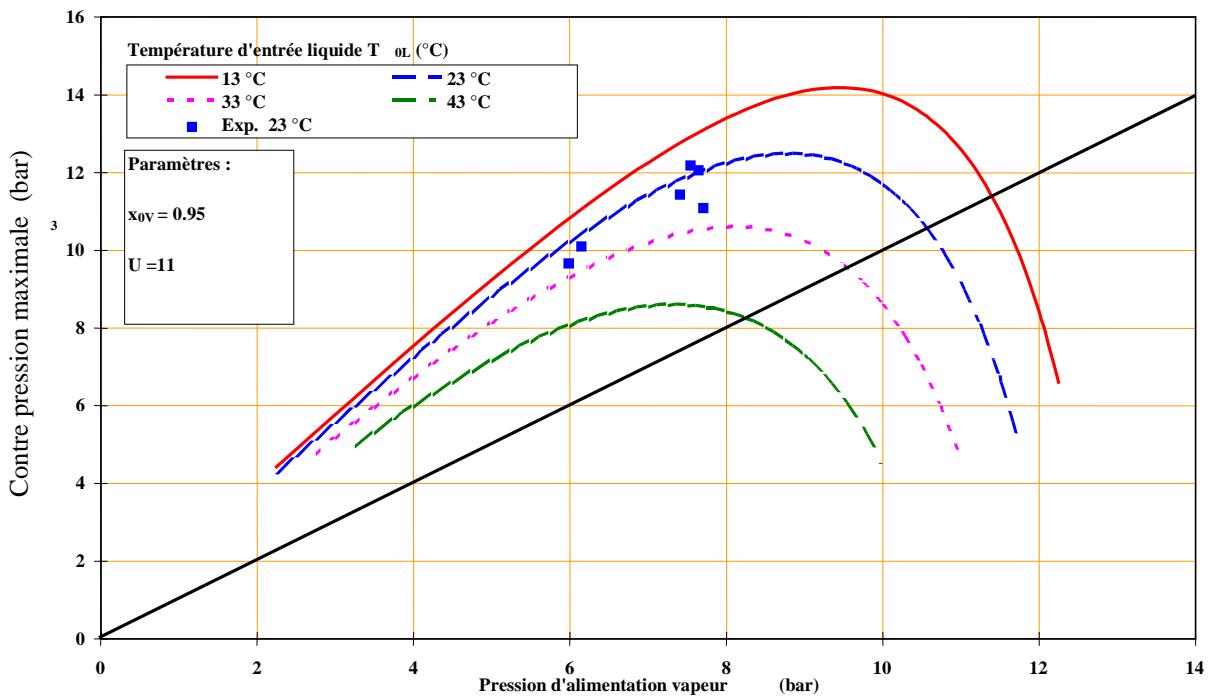


Figure 3-6 : Influence du rapport de contraction géométrique de la chambre de mélange sur les performances des injecteurs INSA/LC/{A1, B1, C1}, comparaison modèle/expérience. Les extrémités des courbes de modélisation correspondent aux limites de fonctionnement prédites par le modèle

Les pressions maximales à la sortie de l'IC « appelées aussi contre pressions maximales » issues du modèle augmentent avec la pression d'alimentation de la vapeur, d'une manière quasiment linéaire, puis diminuent. Cette diminution a lieu pour des pressions de vapeur supérieures à 9 bar et n'a jamais été observée expérimentalement (l'injecteur « décroche » avant). Ceci laisse à penser que le modèle sous-estime les irréversibilités. Les hypothèses d'équilibre pour la chambre de mélange et pour l'onde de condensation sont erronées. Par conséquent, en première approche, seule la zone linéaire est considérée valide.

La modélisation globale proposée dans cette partie présente l'avantage d'être simple tout en prédisant la plupart des caractéristiques de fonctionnement. Cependant, un tel modèle présente des limites :

- la corrélation proposée pour le calcul des forces de pression dans la chambre de mélange n'est valide que dans le domaine $(0,4 < R < 1,1)$;
- les paramètres empiriques (k, ξ) nécessitent au moins un point d'essai chacun pour être calés ;
- les limites de fonctionnement (U_{max}, P_{0Vmax}) sont délicates à prédire.

3-2 MODELISATION 1D, PROBLEMATIQUE ET TRAVAUX ANTERIEURS

3-2-1 INTRODUCTION

Afin d'obtenir des informations sur la structure géométrique de l'écoulement dans la chambre de mélange, Deberne [Deberne2000] a réalisé des expériences de visualisation. Cette approche qualitative a permis de mieux comprendre les phénomènes intervenants dans cette partie de l'IC (atomisation, longueur du jet liquide...).

Le montage expérimental utilisé comporte une source lumineuse blanche, une caméra analogique et évidemment une veine de visualisation. Deux modes d'éclairage ont été utilisés pendant l'essai de visualisation : un éclairage arrière et un éclairage avant. La veine de visualisation a été choisie de type liquide central et à section rectangulaire, et avec une épaisseur suffisamment faible (8 mm) elle a permis d'avoir une bonne observation de l'écoulement.

Cette expérience a montré que l'écoulement est constitué de deux parties : un jet liquide central entouré de vapeur (écoulement hétérogène) et une zone homogène composé d'un mélange de vapeur et de gouttelettes dispersées.

3-2-2 DISSOCIATION DE LA CHAMBRE DE MÉLANGE

La visualisation de l'écoulement a permis de mettre en évidence plusieurs zones d'écoulement (*figure 3-7*) :

- un écoulement stratifié à l'entrée de la chambre de mélange où l'on observe clairement le jet central de liquide (1) et la zone vapeur (2) autour du jet,
- un panache de couleur laiteuse provenant de l'atomisation du jet liquide. Ce panache correspond à l'écoulement dispersé de gouttelettes et de vapeur. La densité de gouttelettes est beaucoup plus importante au centre de la veine (3), qu'en périphérie où l'écoulement semble moins dense,
- dans le diffuseur et juste après le col, on observe clairement l'onde de condensation (5),
- enfin, en aval du diffuseur, on a un écoulement monophasique liquide.

Pour récapituler, on peut dire que dès l'entrée de la chambre de mélange, la vapeur supersonique est mise en contact avec le liquide circulant à faible vitesse, le jet liquide commence à se briser (paragraphe 1-4).

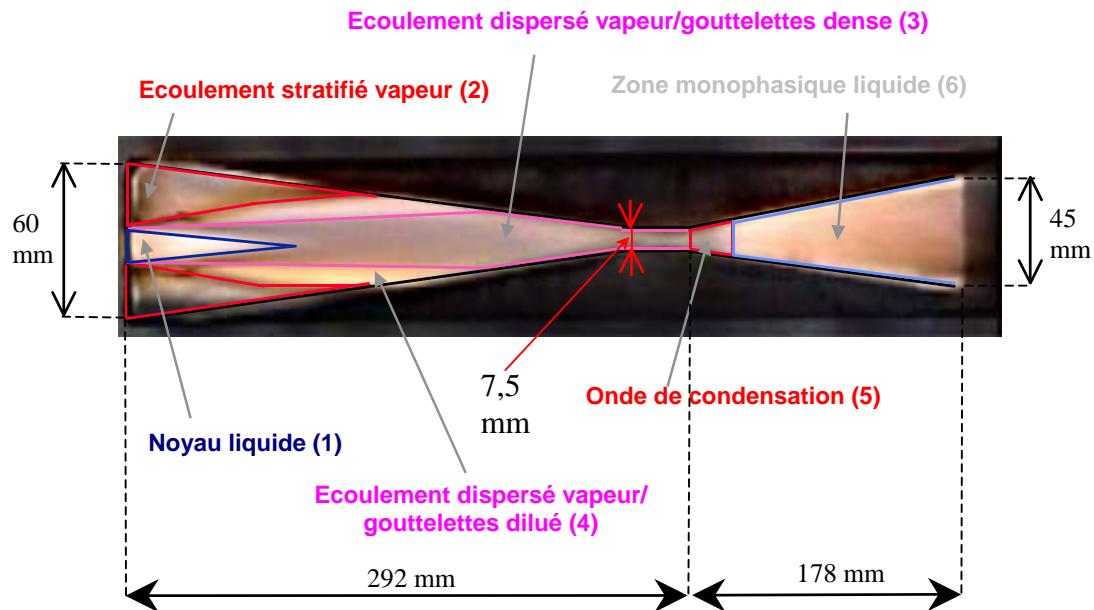


Figure 3-7 : Définition des zones d'écoulements dans la chambre de mélange

L'atomisation du jet liquide est alors progressive jusqu'à disparition totale. Dans cette partie de l'écoulement on distingue trois éléments :

- le dard liquide,
- les ligaments et gouttelettes arrachés au jet,
- la vapeur environnante.

De ce fait cette zone est qualifiée d'hétérogène. Elle est définie par la longueur de rupture du jet l_{bu} , cette longueur est déterminée par simple observation de l'écoulement dans la veine.

A l'issue de l'atomisation totale du jet liquide, l'écoulement est constitué de la vapeur et des gouttelettes liquides dispersées. Le mélange ainsi constitué est homogène, c'est pourquoi on a adopté pour cette partie l'appellation : homogène dispersée. Cette partie est caractérisée par le diamètre des gouttelettes d que l'on peut déterminer par des mesures de granulométrie.

La chambre de mélange est alors constituée de deux modes d'écoulement. Leur transition est localisée grâce à la longueur de désintégration complète du jet liquide l_{bu} . La zone homogène étant caractérisée par le diamètre moyen des gouttelettes d les variables géométriques à déterminées sont (l_{bu} , d). Malheureusement, la méthode de visualisation retenue n'a pas permis de connaître avec une précision suffisante ces grandeurs. A défaut, on utilisera les corrélations issues de lois d'atomisation (paragraphe 1-4) permettant, en première approche, de les estimer.

3-2-3 TRAVAUX ANTÉRIEURS

La chambre de mélange est la partie la plus délicate et la plus difficile à modéliser, compte tenu de la complexité et de la diversité de l'écoulement et des phénomènes thermohydrauliques intervenants dans cette partie de l'injecteur.

La modélisation 1D a déjà été entreprise par plusieurs auteurs (paragraphe 1-1-3). Dans cette partie on rappellera les travaux de certains d'entre eux en s'intéressant à la modélisation de la chambre de mélange établie dans chaque cas.

Grolmes [Grolmes1968] scinde la chambre de mélange en deux zones, la première concernant la partie hétérogène de l'écoulement, la seconde, la partie homogène de l'écoulement. La transition des deux écoulements est réalisée au point de rupture du jet liquide qui est déterminée à partir d'une corrélation (1-39) établie d'après les observations expérimentales de l'auteur.

Le modèle 1D de la partie hétérogène est un modèle à 5 équations de transport stationnaires (2 équations de continuité, 2 équations de la quantité de mouvement et 1 équation de conservation de l'énergie pour la phase liquide) d'inconnues α : taux de vide, u_v : vitesse de la vapeur, u_L : vitesse du liquide, P : pression statique et T_L : température du liquide. La vapeur est à l'état de saturation à l'entrée et suit une loi d'évolution isentropique qui, bien que l'auteur ne le mentionne pas n'est pas compatible avec l'introduction de frottements dans l'équation de quantité de mouvement correspondant à cette phase. Grolmes néglige aussi dans cette équation l'impulsion induite par la condensation. Les frottements et transferts de chaleur interfaciaux sont modélisés respectivement par une loi de type traînée et une loi de type convective de la forme :

$$\begin{cases} M_i = \frac{1}{2} A_i C_i \rho_v (u_v - u_L)^2 \\ Q_{iL} = A_i H_i (T_{sat}(P) - T_L) \\ \Gamma_v = \frac{Q_i}{L_v(P)} \end{cases} \quad (3-31)$$

avec :

- M_i flux de quantité de mouvement interfacial,
- Q_i flux de chaleur interfacial,
- Γ_v flux de masse échangée par unité de volume.

Grolmes considère que l'intégralité de la chaleur absorbée par le liquide provient de la condensation, donc de la chaleur latente de la vapeur, et que la surface d'échange est parfaitement annulaire.

En ajustant les coefficients de frottement et d'échange interfacial, l'auteur obtient de bons résultats pour cette partie de l'écoulement. Cependant, pour les faibles taux d'entraînement son modèle présente une déviation importante par rapport aux profils de pression mesurés.

La modélisation 1D de l'écoulement diphasique homogène est un modèle à 3 équations de transport stationnaires (1 équation de continuité, 1 équation de la quantité de mouvement et 1 équation de l'énergie pour la phase liquide) d'inconnues (α ; P ; T_L). Les vitesses des phases sont considérées égales, la vapeur suit une loi isentropique comme dans la partie hétérogène. Grolmes considère également que les termes d'échange thermique et de masse sont de type convetif avec un coefficient d'échange différent. Enfin l'écoulement supposé homogène étant dispersé et bullaire, la surface d'échange est calculée à partir d'une densité et d'un diamètre de bulle, mais ce dernier est arbitraire. En appliquant ce modèle, l'auteur capte effectivement une onde de condensation dans le diffuseur mais le profil de pression expérimentale reste relativement éloigné du profil calculé avec une pression de décharge maximale surestimée. La méthode de résolution employée (stationnaire et explicite, Runge-Kutta) ne permet pas d'imposer la pression aval en condition aux limites.

Irodov [Irodov1996] propose aussi une modélisation 1D de la chambre de mélange. Il assimile la vapeur à un gaz parfait et suppose que l'écoulement est isobare dans cette partie. La surface d'échange entre les phases prend en considération les deux modes d'écoulement : hétérogène (le cœur liquide et la vapeur) et homogène (les gouttelettes liquide de forme sphérique et la vapeur). Ce modèle comporte 6 équations stationnaires (2 équations de continuité, 2 équations de quantité de mouvement et 2 équations de conservation de l'énergie) d'inconnues (α , ρ_V , u_V , u_L , T_V , T_L). Afin de modéliser le terme de transfert de masse, Irodov s'est basé sur une solution simplifiée de l'équation de Boltzmann obtenue à partir de la théorie moléculaire de l'évaporation ou la condensation :

$$\Gamma_V = \sqrt{\frac{2m}{\pi K_B}} \left[\frac{P_V}{\sqrt{T_V}} - \frac{P_{sat}(T_L)}{\sqrt{T_L}} \right] A_i \quad (3-32)$$

avec :

m masse moléculaire,

K_B constante de Boltzmann.

Alors que pour le transfert de chaleur et le transfert de quantité de mouvement, il a utilisé les expressions habituelles :

$$Q_i = A_i H_i (T_V - T_L) \quad (3-33)$$

$$M_i = \frac{1}{2} \rho_V C_i A_i (u_V - u_L)^2 \quad (3-34)$$

L'auteur résoud son système numériquement grâce à la méthode de Runge-Kutta, et admet que son modèle peut être étendu à l'onde de condensation, mais ne traite pas cette partie de l'écoulement. Enfin, pour valider son modèle, Irodov compare ses valeurs calculées à ses propres relevés expérimentaux et à ceux de Grolmes, et obtient de bons résultats.

Ce modèle a été validé sur les profils expérimentaux du taux de vide, du titre, de la vitesse liquide et de la température liquide

La modélisation proposée par Dumaz [Dumaz1997] est un modèle 1D diphasique à 6 équations instationnaires d'inconnues ($\alpha, P, u_V, u_L, T_V, T_L$). Les conditions aux limites imposées respectivement en amont et en aval sont ($x_{0V}=1, P_{0V}, u_{0V}, u_{0L}, T_{0V}$) et P_{4L} , ce qui reflète le fonctionnement réel de l'IC. La résolution de ce modèle a été faite par le code de thermohydraulique CATHARE. Ce code est un solveur de type industriel développé par le Commissariat à l'Energie Atomique (CEA), et présente une structure assez flexible, car il traite aussi bien les modèles thermodynamiques simples que les modèles d'installations de l'énergie nucléaire.

L'auteur utilise principalement les termes sources et les lois de fermeture du code lui-même, avec quelques modifications permettant de tenir compte de l'atomisation progressive du liquide :

$$Q_i = (H_{shah} + EH_{goutte})(T_V - T_L) \quad (3-35)$$

avec :

H_{shah}	coefficient d'échange thermique global dans la cas d'une configuration liquide annulaire (corrélation de Shah),
H_{goutte}	coefficient d'échange thermique sur une goutte isolée,
E	Taux d'atomisation ($0 < E < 1$).

Le taux d'atomisation E est déterminé selon une loi faisant intervenir la longueur de rupture du jet liquide donnée par Grolmes (1-45).

En reprenant les conditions expérimentales et la géométrie du prototype utilisé par Cattadori [Cattadori1993], Dumaz retrouve qualitativement les profils de pression mesurés mais note quelques différences :

- la pression moyenne de la chambre de mélange est surestimée ;
- la pression de décharge maximale est surestimée ;

Les coefficients d'échange standards doivent être multipliés par un facteur de 3 pour obtenir des résultats correct, prouvant que les corrélations employées par CATHARE ne sont pas totalement valides dans le domaine de fonctionnement de l'IC.

L'origine de ces écarts est probablement due aux méthodes numériques de CATHARE qui ne sont pas ou mal adaptées pour traiter les écoulement supersoniques, les phénomènes de choc et le déséquilibre mécanique.

Comme pour la plupart des auteurs, ce modèle n'a été validé que sur les profils de pression expérimentaux.

Deberne [Deberne2000] a proposé une modélisation 1D instationnaire de la chambre de mélange avec un système diphasique à 6 équations en rajoutant une équation de transport d'aire d'échange interfaciale (3-36) qui évolue avec le changement de configuration de

l'écoulement le long de la chambre de mélange. L'auteur ne dissocie pas la chambre de mélange en deux parties mais admet que l'écoulement s'y fait sous deux formes successives : la forme stratifiée (le dard liquide et la vapeur) et la forme dispersée (gouttelettes d'eau et la vapeur) :

$$\partial_t nS + \partial_z (u_L nS) = S(\dot{n}_{frag} - \dot{n}_{coal}) \quad (3-36)$$

avec :

- $\dot{n}_{frag} > 0$ taux de fragmentation lié à l'atomisation du jet liquide et aux atomisations secondaires éventuelles,
- $\dot{n}_{coal} > 0$ taux d'agglomération ou de coalescence des particules lié aux collisions et au confinement géométrique.

La transition des deux modes d'écoulement est réalisée au point de rupture du jet liquide qui est déterminée à partir de la corrélation de Monote (1-41). Les termes d'échange de chaleur de masse et de quantité de mouvement sont décrits respectivement par une loi convective ou par une loi thermodynamique et une force de traînée (3-37).

$$\begin{cases} Q_{iL} = (A_{iS}H_{iS} + A_{iD}H_{iD})(T_{sat}(P) - T_L) \\ \Gamma_V = -\frac{Q_i}{L_V(P)} - \rho_V \frac{\bar{x}_V - x_V}{\theta} \\ M_i = \frac{1}{2} \rho_V (A_{iS}C_{iS} + A_{iD}C_{iD})(u_V - u_L)^2 \end{cases} \quad (3-37)$$

avec :

- \bar{x}_V titre en vapeur si le mélange était à l'équilibre thermodynamique,
- x_V titre en vapeur réel,
- θ temps caractéristique du retard à la condensation.

Les valeurs des coefficients intervenants dans ces lois ont été déduites des expériences. La résolution numérique de ce modèle a été faite par le code CEDRE. Ce code est un solveur de type recherche développé à la Direction des Etudes et Recherche d'EDF, et présente des méthodes numériques plus robustes que CATHARE. Les conditions aux limites retenues en amont et en aval sont respectivement $(P_{0V}, u_{0V}, u_{0L}, h_{0V}, h_{0L}, \alpha)$ et P_{4L} qui sont bien adaptées au cas de l'IC.

Les résultats numériques obtenus ont été confrontés aux mesures de pression, température et taux de vide relevées sur une chambre de mélange à section rectangulaire. Ces résultats sont globalement cohérents, cependant l'onde de condensation n'a jamais pu être reproduite.

La modélisation développée par Narabayashi et al. est, un modèle 2D bifluide résolu à l'aide du code de mécanique des fluides (monophasique) PHOENICS [Narabayashi1997], pour deux configurations de l'IC : liquide central et vapeur centrale. Dans le cas de l'IC à jet de liquide central, l'auteur suppose que le jet liquide dans la chambre de mélange reste intact jusqu'au col, l'auteur utilise deux maillages l'un pour la phase vapeur, l'autre pour la phase liquide. Ces maillages ont pour frontière commune l'interface liquide-vapeur. Narabayashi utilise un artifice géométrique qui consiste à supposer que toute la section du col et du diffuseur est occupée par le jet liquide. Le domaine du calcul de la phase vapeur ne concerne donc que le convergent de la chambre de mélange, avec un maillage convergeant vers une face sortante à section nulle et un débit de vapeur nul au niveau du col. Cet artifice géométrique revient en réalité à imposer :

- d'une part le taux de vide, ce qui supprime un degré de liberté essentiel dans le système,
- d'autre part, un mélange totalement liquide dans le diffuseur impliquant l'inexistence de l'onde de condensation.

Pour ces deux raisons, ce type de modélisation ne nous semble pas satisfaisant, car trop éloigné de la réalité physique de l'IC.

3-2-4 CONCLUSION

En résumé, on peut retenir que les modèles développés reproduisent correctement l'écoulement à l'entrée de la chambre de mélange (zone hétérogène). Par contre, la transition du régime d'écoulement (hétérogène/homogène) et la résolution de l'onde de condensation ne sont pas traitées correctement.

Désormais, notre objectif est de modéliser l'intégralité de la chambre de mélange :

- zone hétérogène,
- zone homogène dispersée,
- onde de condensation,

Tout en utilisant un modèle simple physiquement et facile à résoudre numériquement.

3-3 MODÉLISATION 1D DE LA PARTIE HETEROGENE DE LA CHAMBRE DE MELANGE

La visualisation de l'écoulement dans la veine, nous a amené à considérer deux parties dans la chambre de mélange, qui se distinguent par un écoulement hétérogène (jet + gouttelettes + vapeur) pour la première partie et un écoulement homogène dispersé (vapeur + gouttelettes) dans la deuxième partie. La partie hétérogène de l'écoulement est caractérisée par la longueur de rupture primaire l_{bu} du jet de liquide. Afin de calculer cette longueur, on se réfère au *paragraphe 1-4-2*.

3-3-1 CHOIX DU MODÈLE POUR LA PARTIE HÉTÉROGÈNE

Dans la chambre de mélange de l'IC, l'écoulement de la partie hétérogène est caractérisé par :

- un fort déséquilibre thermique et cinétique entre les phases. Ces déséquilibres impliquent de calculer séparément les champs de vitesse et de température (ou d'enthalpie) des phases liquide et vapeur (dissociation a priori des équations de quantité de mouvement et d'énergie) ;
- un transfert de masse important. Les équations de continuité doivent être dissociées (une équation de continuité par phase) pour prendre en compte correctement ce transfert ;
- des champs de pression liquide et vapeur non égaux jusqu'à la fin de cette partie (point de transition entre la partie hétérogène et homogène) où la pression liquide sera égale à la pression vapeur. Les pressions devront donc être calculées séparément ;
- un écoulement qui peut être considéré comme monodimensionnel. Toutes les grandeurs seront considérées uniformes dans une section transversale à l'écoulement ;
- une évolution très importante de la surface d'échange interfaciale liée à l'atomisation progressive du jet liquide. Cette surface est primordiale pour l'intensité des échanges entre les phases qui jouent un rôle moteur dans le système ;
- un écoulement supersonique ;
- Couplage a posteriori des équations de transferts, de la phase liquide à celles de la phase vapeur, de part les termes sources.

3-3-1 EQUATIONS DE BILAN

Les équations générales décrivant cette partie de la chambre de mélange sont un ensemble de deux systèmes eulériens stationnaires monodimensionnels couplés, le premier pour la phase vapeur le second pour la phase liquide. Elles sont issues des équations diphasiques de Rascle [Rascle1997].

Equations de continuité

$$\begin{cases} \frac{\partial(\alpha\rho_v u_v S)}{\partial z} = S\Gamma_v \\ \frac{\partial((1-\alpha)\rho_L u_L S)}{\partial z} = S\Gamma_L \end{cases} \quad (3-38)$$

où :

S section de passage de l'écoulement,
 Γ flux de masse échangée par unité de volume.

Equations de la quantité de mouvement

$$\begin{cases} \frac{\partial(\alpha\rho_v u_v^2 + \alpha P_v)S}{\partial z} = SMM_v + P_i \frac{\partial(\alpha S)}{\partial z} \\ \frac{\partial((1-\alpha)\rho_L u_L^2 + (1-\alpha)P_L)S}{\partial z} = SMM_L + P_i \frac{\partial((1-\alpha)S)}{\partial z} \end{cases} \quad (3-39)$$

où :

MM représente le flux de quantité de mouvement,
 P_i pression d'interface.

Equations de la conservation d'énergie

$$\begin{cases} \frac{\partial(\alpha\rho_v u_v(h_v + 0,5u_v^2)S)}{\partial z} = SQ_v \\ \frac{\partial((1-\alpha)\rho_L u_L(h_L + 0,5u_L^2)S)}{\partial z} = SQ_L \end{cases} \quad (3-40)$$

Equations d'état

$$\begin{cases} \rho_v = f(P_v, h_v) \\ \rho_L = f(P_L, h_L) \end{cases} \quad (3-41)$$

En règle générale, les équations d'état des fluides réels ne possèdent pas de formulations analytiques simples (à la différence des gaz parfaits). Pour l'eau, nous utilisons une table informatisée PROPEAU qui a été élaborée au CETHIL. Cette table possède le couple de variables d'état (P, h) comme un des couples d'entrée ce qui justifie le choix adopté pour (3-41).

3-3-3 LOIS DE FERMETURE COMPLÉMENTAIRES

Dans ce paragraphe, nous détaillons l'ensemble des lois de fermeture et corrélations issues de la littérature, permettant de calculer certains des termes sources du modèle (vecteur $H(V)$). La valeur numérique de ces termes sera ensuite comparée à nos valeurs expérimentales ce qui permettra de sélectionner les lois les plus adaptées pour l'injecteur.

Les seconds membres (ou termes sources) sont exprimés comme suit :

le transfert de quantité de mouvement

$$\begin{cases} MM_V = \Gamma_V u_{iV} + M_{iV} + M_{wV} \\ MM_L = \Gamma_L u_{iL} + M_{iL} + M_{wL} \end{cases} \quad (3-42)$$

où :

M_w flux de quantité de mouvement aux parois (frottements),
 M_i flux de quantité de mouvement interfacial,
 u_i vitesse d'interface.

le transfert d'énergie

$$\begin{cases} Q_V = \Gamma_V (h_{iV} + 0,5u_V^2) + M_{iV}u_{iV} + M_{wV}u_V + Q_{iV} + Q_{wV} \\ Q_L = \Gamma_L (h_{iL} + 0,5u_L^2) + M_{iL}u_{iL} + M_{wL}u_L + Q_{iL} + Q_{wL} \end{cases} \quad (3-43)$$

où :

Q_w flux de chaleur pariétal,
 Q_i flux de chaleur interfacial,
 h_i enthalpie d'interface.

3-3-3.1 Inconnues principales du système d'équations de bilan

Les termes sources des membres de droite vont être déterminés par le biais de lois de fermeture. Le système à résoudre, et qui est constitué des 6 équations de bilans, comporte alors sept inconnues principales ($\alpha, u_V, u_L, h_V, h_L, P_V, P_L$) et deux inconnues secondaires (ρ_V, ρ_L) déduites des équations d'état. Ce système n'est donc pas fermé. Nous ne pouvons pas ici adopter l'hypothèse conventionnellement admise de l'égalité des pressions, par contre nous admettons que :

$$\begin{aligned} P_V &= P_L = P & (\text{à la sortie de cette partie}) \\ P_L &= C^{te} & (\text{tout au long du dard liquide}) \end{aligned} \quad (3-44)$$

Par ailleurs, nous écrivons une relation supplémentaire liant le taux de vide, le titre et les masses volumiques :

$$\alpha = \frac{x\rho_L}{\Psi\rho_V(1-x) + \rho_Lx} \quad (3-45)$$

avec :

$$\Psi = \frac{u_V}{u_L} \quad \text{glissement entre les phases,}$$

x titre massique en vapeur.

Le glissement entre les phases Ψ a une influence particulièrement importante sur le taux de vide. A titre massique constant et à masses volumiques constantes, la diminution de la vitesse de la vapeur impose à cette phase d'occuper un volume plus important pour passer un même débit massique. Réciproquement, l'augmentation de la vitesse du liquide fait qu'il occupe un volume moins important à débit équivalent (figure 3-8).

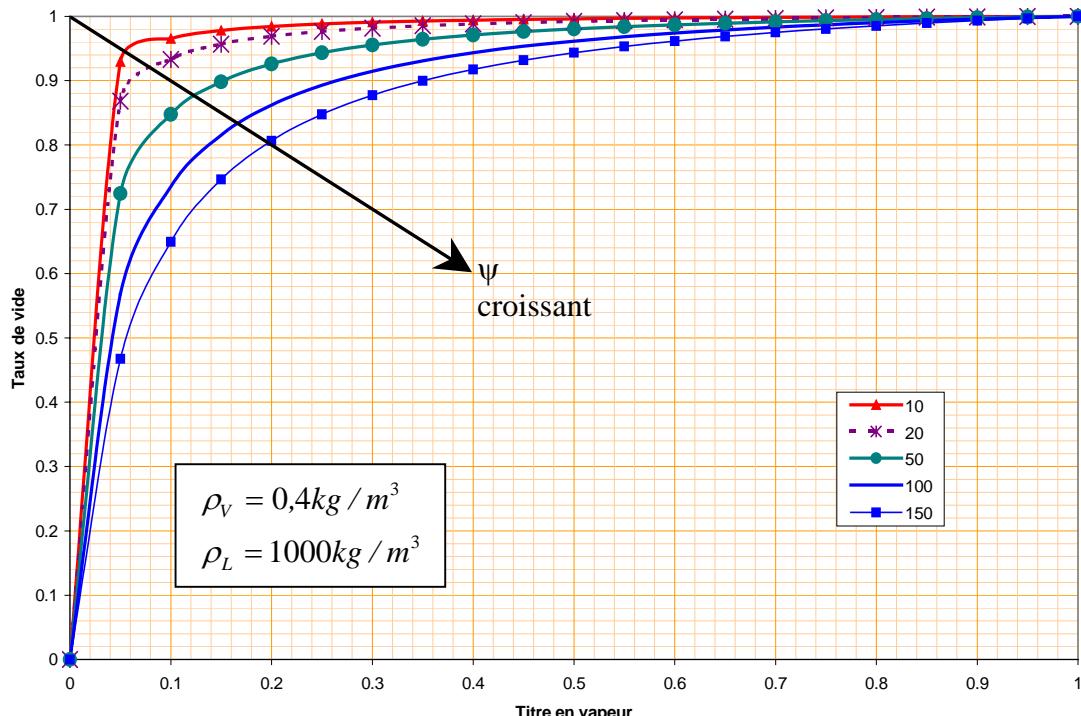


Figure 3-8 : Illustration de la sensibilité du taux de vide au titre en vapeur et au glissement de phases pour des masses volumiques constantes

Le système à résoudre s'écrit sous forme symbolique :

$$\partial_z F(V) = H(V) \quad (3-46)$$

avec :

V : vecteur des inconnues principales,

F : vecteur des flux,

H : vecteur source.

$$F(V) = \begin{pmatrix} \alpha \rho_v u_v S \\ \alpha (\rho_v u_v^2 + P_v) S \\ \alpha \rho_v u_v \left(h_v + \frac{1}{2} u_v^2 \right) S \\ (1-\alpha) \rho_L u_L S \\ (1-\alpha) (\rho_L u_L^2 + P_L) S \\ (1-\alpha) \rho_L u_L \left(h_L + \frac{1}{2} u_L^2 \right) S \end{pmatrix} \quad (3-47)$$

$$H(V) = \begin{pmatrix} S \Gamma_v \\ S (\Gamma_v u_{iV} + M_{wV} + M_{iV}) + P_i \partial_z \alpha S \\ S \left(\Gamma_v \left(h_{iV} + \frac{1}{2} u_{iV}^2 \right) + M_{wV} u_v + M_{iV} u_{iV} + Q_{iV} + Q_{wV} \right) \\ S \Gamma_L \\ S (\Gamma_L u_{iL} + M_{wL} + M_{iL}) + P_i \partial_z (1-\alpha) S \\ S \left(\Gamma_L \left(h_{iL} + \frac{1}{2} u_{iL}^2 \right) + M_{wL} u_L + M_{iL} u_{iL} + Q_{iL} + Q_{wL} \right) \end{pmatrix} \quad (3-48)$$

3-3-3.2 Lois d'interface

La partie hétérogène de l'écoulement est formée du dard liquide, des ligaments liquides qui lui ont été arrachés et de la vapeur périphérique. Par conséquent, en terme d'interface il existe deux modes :

- mode stratifié (la vapeur et le dard liquide),
- mode dispersé (la vapeur et les ligaments liquides).

On adopte l'hypothèse que ces ligaments ont une forme sphérique de même taille (gouttelettes) et qu'ils ont les mêmes propriétés physiques que le dard liquide.

- Vitesse d'interface u_{ik}

On suppose que les vitesses d'interface des deux fluides sont égales : $u_{iV} = u_{iL} = u_i$. La vitesse d'interface est prise égale au barycentre des vitesses des phases suivant la relation :

$$u_i = \beta_i u_V + (1 - \beta_i) u_L \quad (3-49)$$

avec $0 \leq \beta_i \leq 1$

[Toumi1996] propose :

$$\beta_i = \frac{\sqrt{\alpha \rho_V}}{\sqrt{\alpha \rho_L} + \sqrt{(1 - \alpha) \rho_L}} \quad (3-50)$$

Levy et Brown [Levy1972] ont montré que cette vitesse d'interface a très peu d'incidence dans le calcul de l'écoulement stratifié (c'est le cas dans la zone hétérogène). Ils adoptent finalement $\beta_i = 0$, soit :

$$u_i = u_L \quad (3-51)$$

Dans la suite du problème, nous adopterons la relation (3-51) pour le calcul de la vitesse d'interface u_i .

- *Pression d'interface P_i*

La pression d'interface P_i n'a pas de signification physique particulière mais joue, par contre, un rôle très important dans la conservation de l'hyperbolicité du système. Sa contribution numérique est généralement faible sur les valeurs calculées. Plusieurs auteurs [Toumi1996], [El Amine1996] ont donné des méthodes pour calculer cette pression. Il est admis que la forme fonctionnelle s'écrit :

$$P_V - P_i = \xi_i \rho_V (u_V - u_L)^2 \quad (3-52)$$

où ξ_i est un coefficient d'ajustement

Le choix du coefficient diffère d'un auteur à l'autre :

- Toumi [Toumi1996] propose : $\xi_i = \frac{\alpha(1 - \alpha)\rho_L}{\alpha\rho_V + (1 - \alpha)\rho_L}$
- El Amine [El Amine1996] adopte : $\xi_i = \text{Cste}$

La constante est ajustée, a priori, de manière à se rapprocher le plus des résultats expérimentaux. C'est ce choix qui sera retenu lors des résolutions numériques.

- *Température d'interface T_i*

La température d'interface sera prise égale à la température de saturation calculée pour la pression P_i donnée :

$$T_i = T_{sat}(P_i) \quad (3-53)$$

- *Enthalpies d'interface h_{iV} et h_{iL}*

On suppose que les grandeurs thermodynamiques d'interface sont prises à la température de saturation et à la pression correspondante.

Phase liquide :

La phase liquide est supposée effectivement monophasique. L'enthalpie d'interface est donc donnée par la loi de saturation :

$$h_{iL} = h_{satL}(P_L) \quad (3-54)$$

Phase vapeur :

En générale, la phase dite « vapeur » n'est pas strictement monophasique. Dans le cas de l'injecteur, la vapeur introduite dans la chambre de mélange contient une certaine fraction de liquide saturé (sous forme de fines gouttelettes) provenant de la détente dans la tuyère primaire. Cette vapeur humide sera assimilée à un fluide moyen homogène (i.e. sans glissement de phase) avec un titre $x_{V,V}$ que l'on supposera constant dans la chambre de mélange. La fraction de liquide condensé (dans la tuyère primaire) doit être prise en compte dans le calcul de l'enthalpie d'interface. Cette enthalpie s'écrit donc :

$$h_{iV} = h_{sat}(P_V, x_{V,V}) = x_{V,V}h_{satV}(P_V) + (1 - x_{V,V})h_{satL}(P_V) \quad (3-55)$$

avec : $x_{V,V}$ est le titre de la vapeur à la sortie de la tuyère primaire.

- *Conditions aux interfaces*

Les lois de conservations aux interfaces imposent les relations suivantes :

$$\begin{cases} \sum_k \Gamma_k = 0 \\ \sum_k \Gamma_k u_{ik} + M_{ik} = 0 \\ \sum_k \Gamma_k \left(h_{ik} + \frac{1}{2} u_{ik}^2 \right) + M_{ik} u_{ik} + Q_{ik} = 0 \end{cases}$$

avec :

$k=L, V$

Ce système s'écrit plus simplement :

$$\begin{cases} \Gamma_V = -\Gamma_L \\ M_{iV} = -M_{iL} \\ \Gamma_V = -\frac{Q_{iV} + Q_{iL}}{(h_{iV} - h_{iL})} \end{cases} \quad (3-56)$$

3-3-3.3 Transfert de chaleur interfacial Q_{iV} et Q_{iL}

L'échange de chaleur interfacial provient essentiellement du déséquilibre thermique initial entre les deux phases et est à l'origine de la condensation. Ce mode de condensation est malheureusement mal connu, en particulier lorsque l'on rencontre des vitesses des phases aussi importantes que celles existant dans l'injecteur. Il est possible, cependant de recenser dans la littérature quelques corrélations applicables à notre problème.

D'une manière générale, nous proposons la loi d'échange suivante :

$$\begin{cases} Q_{iV} = (A_{iS} H_{iV,S} + A_{iD} H_{iV,D})(T_V - T_i) \\ Q_{iL} = (A_{iS} H_{iL,S} + A_{iD} H_{iL,D})(T_L - T_i) \end{cases} \quad (3-57)$$

où :

- $H_{iV,S}$ et $H_{iL,S}$ sont les coefficients d'échange interfacial de la partie stratifiée, respectivement pour la phase vapeur et la phase liquide,
- $H_{iV,D}$ et $H_{iL,D}$ sont les coefficients d'échange interfacial de la partie dispersée, respectivement pour la phase vapeur et la phase liquide,
- A_{iS} et A_{iD} sont les densités de surface d'échange interfaciale de la partie stratifiée et de la partie dispersée (m^2/m^3). Le calcul de ces surfaces d'échange est détaillé dans un prochain paragraphe (§ 3.2.6).

Corrélations disponibles pour la partie stratifiée de l'écoulement

La condensation directe sur un jet liquide sous-refroidi (écoulement stratifié) dans les conditions proches de l'injecteur-condenseur est de loin la mieux étudiée.

Young [Young 1973] propose la relation de convection suivante dans le cas d'un injecteur à injection centrale de vapeur :

$$\begin{cases} Q_{iV} = 0 \\ Q_{iL} = A_{iS} H_{iL,S} (T_{sat}(P) - T_L) \end{cases} \quad (3-58)$$

avec :

$$A_{iS} = \frac{\pi D_{inj}}{S} = Cte \quad \text{surface d'échange du jet de vapeur, considéré comme un cylindre de diamètre constant } D_{inj} \text{ (diamètre d'injection du jet),}$$

Le coefficient d'échange est calculé à partir du nombre de Stanton et du nombre de Reynolds selon la corrélation :

$$St = 6,5 Re^{-0,4} \quad (3-59)$$

avec :

$$St = \frac{H_{iL,S}}{\rho_L C p_L (u_i^* - u_L)} \quad \text{nombre de Stanton,}$$

$$Re = \frac{\rho_L (u_i^* - u_L) D_{inj}}{\mu_L} \quad \text{nombre de Reynolds.}$$

La vitesse u_i^* est une vitesse d'interface² calculée à partir du modèle de Wallis [Wallis1969]. Cette vitesse représente une moyenne entre une composante tangentielle de vitesse à l'interface liquide/vapeur et une composante normale de vitesse liée au flux de masse échangé.

$$u_i^* = \frac{\left(\varepsilon_{0V} + \frac{m}{2}\right)u_V + \left(\varepsilon_{0L} - \frac{m}{2}\right)u_L}{\varepsilon_{0V} + \varepsilon_{0L}} \quad (3-60)$$

avec :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{0V} &= \rho_V (u_{Ti}^* - u_V), \quad \varepsilon_{0L} = \rho_L (u_{Ti}^* - u_L) && \text{flux de Reynolds,} \\ u_{Ti}^* & && \text{composante tangentielle de vitesse à l'interface liquide/vapeur calculée selon (3-61),} \\ m &= \frac{\Gamma_V A_{is}}{S} && \text{flux de masse lié à la condensation.} \end{aligned}$$

Les flux de Reynolds ε_{0V} et ε_{0L} , qui représentent les quantités de mouvement échangées à l'interface, sont déterminés à partir de la loi de Darcy :

$$\begin{cases} \tau_L = \varepsilon_{0L} (u_{Ti}^* - u_L) = \frac{1}{2} f_L \rho_L (u_{Ti}^* - u_L)^2 \\ \tau_V = \varepsilon_{0V} (u_{Ti}^* - u_V) = \frac{1}{2} f_V \rho_V (u_{Ti}^* - u_V)^2 \end{cases} \quad (3-61)$$

avec :

f_L, f_V coefficients de frottement à l'interface, calculés à partir des abaques de Nikuradze (dans [Idel'cyk1969]),

Le principe d'action/réaction impose l'égalité des contraintes de cisaillement $|\tau_L| = |\tau_V|$ à l'interface. Cette dernière relation permet de déduire la composante tangentielle de vitesse u_{Ti}^* et, par une méthode itérative le coefficient d'échange $H_{iL,S}$.

² Remarque : cette vitesse d'interface doit être considérée comme une variable intermédiaire pour le calcul du coefficient d'échange $H_{iL,S}$, à ne pas confondre avec la vitesse d'interface u_i définie par la relation (3-47)

La corrélation proposée (3-59) est valable dans l'intervalle $3.10^5 < Re < 2.10^6$ avec une précision de +/- 5%.

Linehan et Grolmes [Linehan1970] suggèrent dans le cas d'une configuration à injection de liquide centrale, de prendre un nombre de Stanton constant. Leurs résultats expérimentaux indiquent :

$$\begin{cases} Q_{iV} = 0 \\ Q_{iL} = A_{iS} H_{iL,S} (T_{sat}(P) - T_L) \end{cases} \quad (3-62)$$

Le coefficient d'échange stratifié côté liquide est calculé à partir du nombre de Stanton :

$$St = Cte = 0,012 \quad (3-63)$$

avec $St = \frac{H_{iL,S}}{\rho_L C p_L u_L}$ et pour $\begin{cases} 14 < u_L < 35,4 \text{ m/s} \\ P_{0V} < 1,53.10^5 \text{ Pa} \end{cases}$

Miyazaki *et al.* [Miyazaki1973] ont établi une corrélation dans le cas d'un injecteur à injection centrale d'eau en fonction du nombre de Reynolds de la phase vapeur et pour un écoulement stratifié :

$$\begin{cases} Q_{iV} = 0 \\ Q_{iL} = A_{iS} H_{iL,S} (T_{sat}(P) - T_L) \end{cases} \quad (3-64)$$

$$Nu = 6 Re_V^{0,9} \quad (3-65)$$

pour : $\begin{cases} 10^5 < Re_V < 3.10^5 \\ 1,04 < Pr_V < 1,10 \end{cases}$

avec :

$$Re_V = \frac{\rho_V u_V D_{inj}}{\mu_V} \quad \text{nombre de Reynolds pour la phase vapeur,}$$

$$Nu = \frac{H_{iL,S} D_{inj}}{\lambda_V} \quad \text{nombre de Nusselt,}$$

$$Pr_V = \frac{\mu_V C p_V}{\lambda_V} \quad \text{nombre de Prandtl pour la phase vapeur.}$$

Les auteurs notent cependant une très forte dispersion de leurs résultats expérimentaux.

Alad'yev [Alad'yev1980] propose une formule basée sur la théorie moléculaire de la condensation :

$$\begin{cases} Q_{iV} = 0 \\ Q_{iL} = A_{iS} \sqrt{\frac{2m}{\pi K_B}} \left(\frac{P_V}{\sqrt{T_V}} - \frac{P_{sat}(T_L)}{\sqrt{T_L}} \right) \end{cases} \quad (3-66)$$

Sam et Patel [Sam1984], dans le cas d'une condensation direct d'un jet liquide rectangulaire ou circulaire donnent un nombre de Stanton approximatif :

$$St = \frac{H_{iL,s}}{\rho_L C p_L u_L} = 0,02 \left(\frac{l_{bu}}{D_{inj}} \right)^{-0,5} \quad (3-67)$$

Enfin Iwaki [Iwaki 1995] a calculé un coefficient d'échange à partir de profils de température expérimentaux mesurés dans un injecteur à configuration liquide central. Ses résultats indiquent un coefficient en moyenne égal à (pour la totalité de la chambre de mélange) :

$$H_{iL,s} = 6 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \quad (3-68)$$

avec :

$$1 \text{ bar} < P_{0V} < 1,5 \text{ bar.}$$

Iwaki constate une légère augmentation du coefficient d'échange en fonction de la pression de la vapeur.

Nous avons également recensé d'autres corrélations, cependant moins proches des conditions de fonctionnement de l'injecteur. La littérature est relativement abondante sur ce sujet, et le lecteur pourra consulter pour de plus amples informations les auteurs suivants : Sorjonen *et al.* [Sorjonen1997], Takahashi *et al.* [Takahashi1992], Chen et Faeth [Chen1982], Rose [Rose1998] et Isachenko *et al.* [Isachenko1972].

Le choix final de la corrélation pour le calcul du coefficient d'échange côté liquide $H_{iL,s}$ est déterminé par la relation de Miyazaki (3-65).

Le flux thermique côté vapeur Q_{iV} est plus délicat à estimer. Tous les auteurs le considèrent implicitement nul en imposant $T_V = T_i = T_{sat}(P)$. Cette hypothèse revient à considérer que la vapeur est constamment à l'état de saturation. Cependant, il est préférable de conserver le degré de liberté offert par ce terme pour deux raisons :

- d'un point de vue physique, l'hypothèse d'état de saturation pour la vapeur peut être localement fausse. En effet, il peut se produire à l'entrée de la chambre de mélange un choc aérodynamique droit induisant une remontée brutale de pression et de température. Cette élévation de température amène généralement la vapeur dans un état surchauffé ;
- d'un point de vue numérique, les oscillations numériques lors des calculs transitoires peuvent aussi amener la vapeur dans un état surchauffé. L'introduction du terme Q_{iV} (non nul) permet de ramener cette phase à l'état de saturation.

Nous supposerons que le terme d'échange de chaleur Q_{iV} est régi par une loi convective avec un coefficient d'échange calculé selon les corrélations proposées.

Incropera (cf. [Incropera1990]) propose la relation suivante valable pour une surface plane :

$$Nu_V = 0,0296 \, Re_V^{4/5} \, Pr_V^{1/3} \quad (3-69)$$

avec :

$$Re_V = \frac{\rho_V (u_V - u_L) l_{bu}}{\mu_V} \quad \text{nombre de Reynolds,}$$

$$Nu_V = \frac{H_{iV,S} D_{inj}}{\lambda_V} \quad \text{nombre de Nusselt,}$$

l_{bu} longueur de rupture du jet liquide,

$$10^4 < Re_V < 1,2 \cdot 10^5, \quad 0,7 < Pr_V < 100.$$

Nariai et Aya [Aya1991] ont étudié la condensation directe de la vapeur sur l'eau liquide, pour un écoulement stratifié. Ils estiment un coefficient de transfert côté vapeur compris entre les bornes suivantes :

$$H_{iV,S} = 3 \cdot 10^3 \quad \text{à} \quad 3 \cdot 10^4 \, (\text{W/m}^2\text{K}) \quad (3-70)$$

Ces valeurs ont été trouvées à partir de la comparaison des résultats numériques et expérimentaux.

Le choix, pour déterminer le coefficient d'échange côté vapeur pour la partie stratifiée du mélange $H_{iV,S}$, est compris dans l'intervalle défini par Nariai et Aya (3-70).

Dans le cas d'une coexistence de l'eau liquide et la vapeur, le transfert de chaleur produit par la condensation est principalement contrôlé par la phase liquide. C'est pourquoi, la plupart des auteurs néglige le transfert de chaleur côté vapeur et s'intéresse plutôt au côté liquide.

Calcul du coefficient d'échange thermique dans la partie dispersée $H_{iV,D}$ et $H_{iL,D}$

Il s'agit de l'échange thermique entre des gouttelettes d'eau (supposées sphériques) sous-refroidie et la phase vapeur. Contrairement à l'écoulement stratifié, ce mode de condensation (pour des conditions proches de celles du fonctionnement de l'injecteur) a été moins étudié et même négligé pour le cas de l'IC dans la partie hétérogène de la chambre de mélange, car il est beaucoup plus complexe.

La détermination expérimentale de tels coefficients d'échange suppose une bonne connaissance des caractéristiques de l'atomisation (granulométrie, température et vitesses relatives entre les phases) qui est généralement assez délicate à obtenir.

Grolmes [Grolmes1968] suggère un coefficient d'échange $H_{iL,D}$ coté liquide constant pour un injecteur à injection liquide central. Ce coefficient est valable pour la zone homogène de la

chambre de mélange, étant donné que le modèle de l'auteur ne prend pas en considération les gouttes issues de l'atomisation du jet liquide dans la zone hétérogène. Ce coefficient est égal à :

$$H_{iL,D} = 1,99 \cdot 10^6 \text{ W/m}^2\text{K} \quad (3-71)$$

Ce coefficient est ajusté de manière à reproduire, avec le modèle d'écoulement dispersé, ses résultats expérimentaux (profils de pression).

En se basant sur un modèle de conduction pure dans une gouttelette assimilée à une sphère rigide de diamètre d , Celata *et al.* [Celata 1991] proposent le coefficient d'échange suivant :

$$H_{iL,D} = \frac{d\rho_L u_L C p_L}{6(T_{sat}(P_V) - T_L)} \frac{\partial T_L}{\partial z} \quad (3-72)$$

avec :

$C p_L$ capacité thermique massique du liquide.

Moresco [Moresco 1980] a fait l'étude du transfert de chaleur dans un spray constitué par deux liquides : un de forme continue et l'autre de forme dispersée.

Le débit de la phase continue est compris entre $0,17 \cdot 10^{-2}$ kg/s et $0,3 \cdot 10^{-2}$ kg/s.

La température du liquide à la sortie du spray est entre 300 K et 370 K.

Le diamètre des gouttelettes de la phase dispersée est entre 0,007 m et 0,01 m.

L'auteur propose la relation suivante pour le côté dispersé de l'écoulement :

$$Nu = 0,0178 Re_L^{0,95} Pr_L^{0,22} \quad (3-73)$$

avec :

$$Re_L = \frac{\rho_L u_V d}{\mu_L} \quad Nu = \frac{H_{iL,D} d}{\lambda_L} \quad Pr_L = \frac{\mu_L C p_L}{\lambda_L}$$

avec : u_V la vitesse des gouttelettes relatives à la phase continue (dans notre cas c'est la phase vapeur).

Srinivas [Srinivas 1996 a, b] a étudié un spray constitué d'un mélange de vapeur saturée (condensable) et de l'air (non condensable), où est injecté des gouttelettes d'eau froide de même taille et de forme sphérique. Il a utilisé un modèle 2D considérant la direction axiale et la direction angulaire. Cette étude a été faite pour : $100 < Re_V < 500$ (la forme sphérique de la goutte va être une approximation exagérée pour : $Re_V > 500$ à cause de la turbulence). Le nombre de Nusselt pour chaque goutte est défini par :

$$Nu = \int_0^\pi \left(\frac{1}{1 - T_V} \frac{\partial T_V}{\partial r} \right)_{r=1} \sin \beta \, d\beta \quad (3-74)$$

Ce modèle, plus précis, est malheureusement trop complexe pour pouvoir être implanté dans un modèle bifluide à 6 équations. Pour information, le lecteur pourra se reporter aussi aux travaux d'Akimoto *et al.* [Akimoto 1983]. Les relations (3-71) et (3-73) ne correspondent pas non plus à nos calculs : Grolmes adopte cette valeur pour l'intégralité de la chambre de mélange, et la plage de fonctionnement de la relation Moresco ne correspond pas à notre cas. Les gouttelettes considérées sont beaucoup plus grosses que celles issues de l'atomisation qui se fait au niveau de la chambre de mélange de l'IC. Finalement, on va agir sur ce paramètre de façon à rejoindre les valeurs expérimentales.

Enfin, de manière analogue à la partie stratifiée, l'échange thermique du côté de la vapeur Q_{iV} sera supposé être un régime de convection pure sans changement de phase.

Clift [Clift1978] propose la corrélation suivante valable dans le cas d'une sphère rigide de diamètre d :

$$Nu_V = 1 + 0,272 \, Re_V^{0,58} \quad (3-75)$$

avec :

$$Re_V = \frac{\rho_V (u_V - u_L) d}{\mu_V} \quad \text{et} \quad 4.10^3 < Re < 10^5$$

Pour les mêmes conditions expérimentales que celles qui ont été citées auparavant, Moresco [Moresco1980] propose pour la phase continue de l'écoulement :

$$Nu = 0,156 Re_V^{0,5} Pr_V^{0,33} \quad (3-76)$$

avec :

$$Re_V = \frac{\rho_V u_V d}{\mu_V} \quad Nu = \frac{H_{iV,D} d}{\lambda_V} \quad Pr_V = \frac{\mu_V C_p_V}{\lambda_V}$$

avec d diamètre des gouttelettes.

C'est cette relation (3-76) que nous allons utiliser pour le calcul du coefficient de transfert du côté de la vapeur pour la partie dispersée du mélange.

3-3-3.4 Transfert thermique aux parois Q_{wL} et Q_{wV}

Le milieu extérieur à l'injecteur est un milieu généralement plus froid que l'écoulement interne à l'injecteur. Cette différence de température induit des pertes thermiques externes.

En ce qui concerne cette partie hétérogène de l'écoulement dans la chambre de mélange, il n'y a que la vapeur qui est en contact avec la paroi (*figure 3-8*). Ainsi, on ne s'intéresse qu'au transfert pariétal côté vapeur :

$$Q_{wL} = 0 \quad (3-77)$$

Par ailleurs, ces pertes thermiques externes peuvent être négligées. En effet, les transferts correspondant sont négligeables devant les termes d'échanges internes :

$$Q_{wV} = 0 \quad (3-78)$$

3-3-3.5 Force interfaciale de quantité de mouvement interfacial M_{iV} , M_{iL}

Les forces de traînée et de frottement interne sont liées à la différence de vitesse entre les phases. Il est admis que ces forces sont proportionnelles au carré de la vitesse relative :

$$M_{iV} = -\frac{1}{2} A_{iD} C_{iD} \rho_V |u_V - u_L| (u_V - u_L) - \frac{1}{2} A_{iS} C_{iS} \rho_V |u_V - u_L| (u_V - u_L) = -M_{iL} \quad (3-79)$$

avec :

- C_{iD} coefficient de traînée pour la partie dispersée de l'écoulement. Cet écoulement est un brouillard de gouttelettes que nous assimilerons à des sphères rigides ;
- C_{iS} coefficient de frottement pour la partie stratifiée de l'écoulement ;
- A_{iD} aire interfaciale d'échange entre la vapeur et la phase dispersée liquide ;
- A_{iS} aire interfaciale d'échange entre la vapeur et le dard liquide (dans notre cas on assimile le cœur liquide à un cône).

Calcul du coefficient de traînée dans la partie stratifiée de l'écoulement

Wallis [Wallis1969] suggère la relation empirique suivante, valable pour une surface liquide/gaz turbulente :

$$C_{iS} = 0,005 (1 + 75(1 - \alpha)) \quad (3-80)$$

pour :
$$\begin{cases} 4 \cdot 10^3 < Re < 10^5 \\ 0,75 < \alpha < 1 \end{cases}$$
 avec:
$$Re = \frac{\rho_V |u_V - u_L| D_{inj}}{\mu_V}$$

Grolmes [Grolmes1968] propose un coefficient constant, ajusté pour retrouver ses résultats expérimentaux (mesures de pression statique) :

$$C_{iS} = 0,05 \quad (3-81)$$

Linehan et Grolmes [Linehan1970] proposent un coefficient de traînée compris dans l'intervalle :

$$0,04 < C_{iS} < 0,4 \quad (3-82)$$

avec les conditions expérimentales suivantes :

$$\begin{cases} P_{IV} = 0,583 \text{ bar} \\ u_{IV} = 650 \text{ m/s} \quad ; \quad u_{IL} = 28 \text{ m/s} \\ U = 17,5 \end{cases}$$

Comme Grolmes [Grolmes1968], ce coefficient est déduit des résultats numériques. Les auteurs constatent qu'il a peu d'influence sur leur modèle d'écoulement hétérogène.

Enfin, selon une méthode similaire à Linehan et Grolmes, Levy et Brown [Levy1972] choisissent un coefficient de traînée approximativement égal à :

$$C_{IS} = 0,6 \quad (3-83)$$

avec les conditions expérimentales suivantes :

$$\begin{cases} P_{IV} = 1,55 \text{ bar} \\ u_V = 472 \text{ m/s} \quad ; \quad u_L = 21,5 \text{ m/s} \end{cases}$$

La valeur choisie pour le coefficient de traînée dans la partie stratifiée est comprise dans l'intervalle défini par Linehan (3-82).

Calcul du coefficient de traînée dans la partie dispersée

Le coefficient de traînée est calculé à partir de la corrélation de Clift et Gauvin [Clift1978] :

$$C_{ID} = \frac{24}{Re} \left(1 + 0,15 Re^{0,687} \right) + \frac{0,42}{\left(1 + 4,25 \cdot 10^4 Re^{-1,16} \right)} \quad (3-84)$$

avec :

$$Re = \frac{\rho_V |u_V - u_L| d}{\mu_V} \quad \text{et} \quad \text{pour} \quad Re < 3 \cdot 10^5$$

Cependant ce coefficient de traînée n'est valable que pour une sphère rigide et isolée.

Dans le cas d'un brouillard dense, Choi et Lee (dans [Lavergne1996]) montrent que ce coefficient diminue en fonction du rapprochement mutuel des gouttelettes. Ils proposent pour $\Delta l < 4 d$ (c'est cette relation qu'on adoptera pour nos calculs) :

$$C_{ID} = 2,3 Re^{-0,37} \quad (3-85)$$

où :

Δl distance moyenne entre deux gouttelettes (prises au centre),

Re calculé comme pour (3-84).

Dans le cas d'un spray de plasma couplé avec une injection orthogonale d'un gaz et de particules, Xiong *et al* [Xiong2003] proposent une modélisation 3D de cet écoulement qui traite l'échauffement, l'accélération et l'évaporation des particules. L'auteur propose une corrélation pour le calcul du coefficient de traînée du côté des particules et qui prend en considération les effets des propriétés et de la non continuation des variables de plasma :

$$C_{iD} = \left(\frac{24}{Re_L} + \frac{6}{1 + \sqrt{Re_L}} + 0,4 \right) f_{prop}^{-0,45} f_{Kn}^{0,45} \quad (3-86)$$

avec : $Re_L < 100$.

où :

f_{prop} : facteur prenant en compte la variation des propriétés plasmatiques,
 f_{Kn} : facteur du nombre de Knudsen.

avec :

$$Kn = \frac{\text{libre parcours moléculaire moyen}}{\text{longueur significative du phénomène étudié}}$$

3-3-3.6 Frottements aux parois M_{wV} et M_{wL}

Comme pour l'échange thermique externe, les frottements aux parois induisent des irréversibilités dans l'écoulement qui peuvent être importantes étant donné les vitesses élevées dans la chambre de mélange. Nous supposerons que l'échange de quantité de mouvement aux parois obéit à une loi de Darcy, soit :

$$\begin{cases} M_{wV} = \frac{1}{2} A_{wV} C_{wV} \rho_V u_V^2 \\ M_{wL} = \frac{1}{2} A_{wL} C_{wL} \rho_L u_L^2 \end{cases} \quad (3-87)$$

avec :

C_{wV}, C_{wL} coefficients de frottement aux parois respectivement pour la phase vapeur et la phase liquide.

Les coefficients de frottement en écoulement diphasique dépendent de la carte d'écoulement. Cependant, dans la zone hétérogène de la chambre de mélange on distingue un écoulement monophasique de vapeur à la paroi :

$$M_{wL} = 0 \quad (3-88)$$

Le coefficient de frottement à la paroi dans le cas de la vapeur, suit la loi de Blasius, en supposant le régime turbulent établi :

$$C_{wV} = 0,079 Re_V^{-0,25} \quad (3-89)$$

avec :

$$Re_V = \frac{\rho_V u_V D_h}{\mu_V} \quad \text{nombre de Reynolds calculé pour la phase vapeur qui est en contact avec la paroi}$$

pour : $4.10^3 < Re_V < 10^5$

où : D_h est le diamètre hydraulique (dans notre cas c'est le diamètre constituant la paroi intérieure de l'IC).

3-3-3.7 Transfert de masse Γ_V et Γ_L

Lorsque le transfert de masse est dû à l'échange thermique uniquement, ce terme s'écrit d'après les lois d'interface (3-57) :

$$\Gamma_V = -\Gamma_L = -\frac{Q_{iV} + Q_{iL}}{(h_{iV} - h_{iL})} \quad (3-90)$$

3-3-3.8 Calcul de la densité d'aire

Calcul de S

La chambre de l'IC a une forme conique : la partie hétérogène a la même forme évidemment. La section de passage de l'écoulement varie alors avec la cote (le rayon varie linéairement en fonction de z) :

$$S = \pi r^2(z) \quad \text{avec} \quad r(z) = -\frac{r(\text{entrée}) - r(\text{sortie})}{l_{bu}} z + r(\text{entrée}) \quad (3-91)$$

donc :

$$\frac{\partial S}{\partial z} = -2\pi \frac{r(\text{entrée}) - r(\text{sortie})}{l_{bu}} r(z) \quad (3-92)$$

L'estimation de la surface d'échange interfaciale est une étape particulièrement importante car l'ensemble des échanges (masse, mouvement et énergie) lui sont directement proportionnels. Cette surface conditionne l'intensité des transferts.

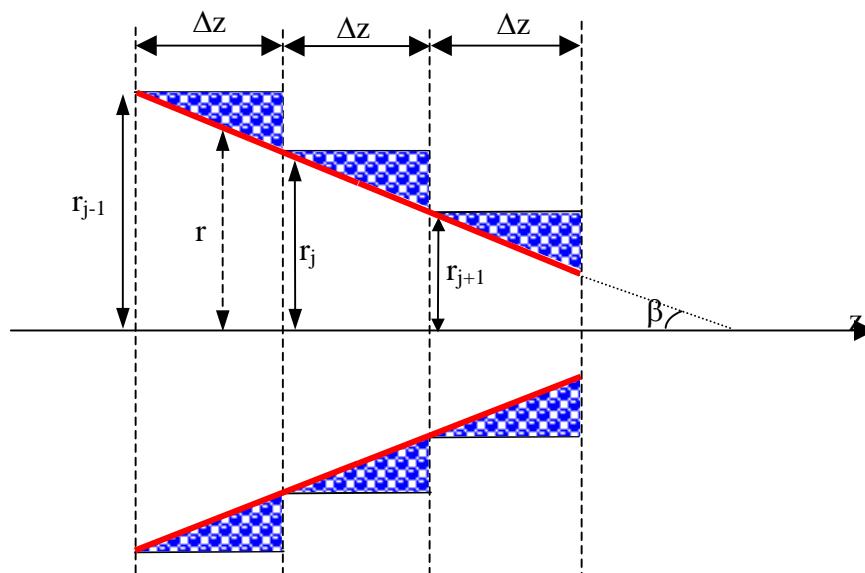
On rappelle que, suite aux résultats de la visualisation, nous avons constaté que l'écoulement dans cette partie hétérogène de l'écoulement comporte deux zones d'écoulement :

- écoulement stratifié : la vapeur et le jet liquide,
- écoulement dispersé : la vapeur et les gouttelettes arrachées au jet par l'atomisation.

Calcul de A_{iD}

La figure 3-7 montre bien que la partie hétérogène comporte le jet central de liquide (1), la zone vapeur (2) autour du jet et un panache correspondant à un écoulement dispersé (vapeur/gouttelettes) dilué (4). Le jet a une forme conique caractéristique d'une atomisation progressive du liquide par la vapeur. On suppose que la partie dispersée est essentiellement constituée de gouttelettes de même taille pouvant coexister avec un jet liquide central progressivement désintégré.

Pour chaque pas d'espace Δz on se propose de calculer le volume d'eau atomisé. La forme initiale du jet liquide provenant de la canne d'injection est cylindrique. A cause du contact avec la vapeur supersonique le jet liquide prend une forme de dard dans la chambre de mélange que nous avons assimilé à un cône. Par conséquent, le volume d'eau atomisé n'est autre que la différence entre le volume d'un cône et le volume d'un cylindre occupant le même pas d'espace Δz (figure 3-9).



Légende :

- interface vapeur/jet liquide
- partie liquide arrachée au jet

Figure 3-9 : Représentation de la surface interfaciale entre la vapeur et le jet liquide pour le mode stratifié de l'écoulement

Le volume du cylindre sur le pas Δz s'écrit :

$$V(\text{cylindre}) = \pi r_{j-1}^2 \Delta z \quad (3-93)$$

Le volume du cône constitué par le dard liquide (conique) sur le pas Δz s'écrit :

$$V(\text{cône}) = \frac{\pi}{3} \Delta z (r_{j-1}^2 + r_j^2 + r_{j-1} r_j) \quad (3-94)$$

Sachant que :

$$r_{j-1} - r_j = \Delta z \tan \beta \quad \text{et} \quad \tan \beta = \frac{R_{1L}}{N \Delta z} \quad (3-95)$$

N : nombre de maille.

On déduit que le volume arraché au dard liquide pour un pas Δz s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} V &= V(\text{cylindre}) - V(\text{cône}) \\ &= \pi \Delta z \left(r_{j-1}^2 - \frac{r_{j-1}^2}{3} - \frac{r_j^2}{3} - \frac{r_{j-1} r_j}{3} \right) \\ &= \frac{\pi}{3} \Delta z [(r_{j-1} - r_j)(2r_{j-1} + r_j)] \end{aligned}$$

En utilisant les équations de la relation (3-95) on aura :

$$V = V(\text{cylindre}) - V(\text{cône}) = \frac{\pi \Delta z R_{1L} (3Nr_{j-1} - R_{1L})}{3N^2} \quad (3-96)$$

$$V = nV_g \quad \text{d'où} \quad n = \frac{6V}{\pi d^3}$$

n : nombre de particules liquide de volume V_g dans chaque pas Δz .

Comme il s'agit de densité de surface, on divise l'aire de la partie dispersée par le volume total de chaque maille. On a alors :

$$A_{iD} = \frac{n \pi d^2}{\pi R_{1V}^2 \Delta z} = \frac{2R_L (3Nr_{j-1} - R_{1L})}{N^2 R_{1V}^2 d} \quad (3-97)$$

Calcul de A_{iS}

La densité d'échange de la zone stratifiée de l'écoulement n'est autre que la surface latérale d'un cône (figure 3-8) ramené au volume total de chaque maille, d'où :

$$A_{iS} = \frac{2N r_{j-1} - R_{iL}}{N R_{iV}^2} \sqrt{1 + \left(\frac{R_{iL}}{N \Delta z} \right)^2} \quad (3-98)$$

3-3-3.9 Application des corrélations issues de la littérature

L'étude présentée ici nous a permis de choisir les corrélations qui donnent la meilleure estimation des coefficients de transfert de frottement applicables à notre cas. L'ensemble des grandeurs nécessaires au calcul est rassemblé dans le *tableau 3-1*. Ces valeurs sont déduites des mesures réalisées à l'entrée de la chambre de mélange (section rectangulaire).

Grandeur	M (kg/s)	u_I (m/s)	P_I (bar)	T_I (°C)	ρ_I (kg/m ³)
vapeur	0,1	437	0,88	96	0,62
liquide	1,06	12	0,31	23	998

Tableau-3-1: Grandeurs numériques à l'entrée de la chambre de mélange

Les valeurs des différents coefficients sont illustrées sur le tableau 3-2 :

Auteur	Linehan	Miyazaki	Iwaki	Sam
$H_{iL,S}$ (W/m ² K)	$6,03 \cdot 10^5$	$8,64 \cdot 10^5$	$6 \cdot 10^4$	$2,67 \cdot 10^5$
Auteur	Incropera	Aya		
$H_{iV,S}$ (W/m ² K)	$1,02 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^4$		
Auteur	Grolmes	Moresco		
$H_{iL,D}$ (W/m ² K)	$1,99 \cdot 10^6$	$1,3 \cdot 10^5$		
Auteur	Clift	Moresco		
$H_{iV,D}$ (W/m ² K)	$3,3 \cdot 10^3$	$9,4 \cdot 10^2$		
Auteur	Wallis	Grolmes	Linehan	Levy
C_{iS} (-)	0,04	0,05	$0,04 - 0,4$	0,6
Auteur	Clift	Choi		
C_{iD} (-)	0,4	0,09		
Auteur	Blasius			
C_w (-)	0,008			

Tableau-3-2: Valeurs des coefficients de frottement et d'échange de chaleur par auteur

Le *tableau 3-2* montre une grande disparité entre les différents auteurs aussi bien pour les coefficients d'échange thermique que pour les coefficients de frottements. Le choix des corrélations adoptées s'est porté sur la confrontation de nos résultats expérimentaux et numériques. Les résultats numériques sont calés sur les résultats de l'essai figurant dans le *tableau 3-1* (cet essai nous a servi de référence pour la validation). Dans les *tableaux 3-3* et *3-4* sont rappelés les équations utilisées pour le calcul des grandeurs d'interface et des termes

sources du modèle. On y a fait figurer également les valeurs ou les corrélations retenues pour les coefficients d'échange :

Grandeur d'interface	Forme fonctionnelle	N° Equation
$u_{iL} = u_{iV} = u_i$	$u_i = u_L$	(3-51)
P_i	$P_V - P_i = \xi_i \rho_V (u_V - u_L)^2$	(3-52)
T_i	$T_i = T_{sat}(P)$	(3-53)
h_{iL}	$h_{iL} = h_{satL}(P)$	(3-54)
h_{iV}	$h_{iV} = h_{sat}(P, x_{V,V}) = x_{V,V} h_{satV}(P) + (1-x_{V,V}) h_{satL}(P)$	(3-55)

Tableau 3-3 : Grandeurs d'interface

Terme	Forme fonctionnelle	Valeur ou corrélation retenue	N° Equation
Q_{iL}	$Q_{iL} = A_{iS} H_{iL,S} (T_i - T_L)$ + $A_{iD} H_{iL,D} (T_i - T_L)$	$H_{iL,D} = 4,5 \cdot 10^4 \text{ (W/m}^2\text{K)}$	
		$H_{iL,S} : Nu = 6 Re_V^{0,9}$	(3-65)
Q_{iV}	$Q_{iL} = A_{iS} H_{iV,S} (T_i - T_L)$ + $A_{iD} H_{iV,D} (T_i - T_L)$	$H_{iV,S} = 3,5 \cdot 10^3 \text{ (W/m}^2\text{K)}$	(3-70)
		$H_{iV,D} : Nu_V = 0,37 Re_L^{0,6} Pr_v^{1/3}$	(3-76)
$M_{iV} = -M_{iL}$	$M_i = \frac{1}{2} A_{iS} \rho_V C_{i,S} (u_V - u_L)^2$ + $\frac{1}{2} A_{iD} \rho_V C_{i,D} (u_V - u_L)^2$	$C_{i,S} = 0,06$	(3-82)
		$C_{i,D} = 2,3 Re^{-0,37}$	(3-85)
M_{wV}	$M_{wV} = \frac{1}{2} A_{wV} C_{wV} \rho_V u_V^2$	$C_{wV} = 0,1$	
A_{iD}	$A_{iD} = \frac{2 R_{1L} (3 N r_{j-1} - R_{1L})}{N^2 R_{iV}^2 d}$		(3-97)
A_{iS}	$A_{iS} = \frac{2 N r_{j-1} - R_{1L}}{N R_{iV}^2} \sqrt{1 + \left(\frac{R_{1L}}{N \Delta z} \right)^2}$		(3-98)
l_{bu}	$\frac{l_{bu}}{D_{inj}} = 6,1 \cdot 10^{-3} Re_L^{1,12} We^{-0,6}$	$l_{bu} = 150 \text{ (m)}$	(1-47)

Tableau 3-4 : Termes sources du modèle

3-2-4 RÉSOLUTION NUMÉRIQUE DU SYSTÈME

Afin de résoudre le système stationnaire de 7 équations (les 6 équations de bilan et l'équation (3-45)), on transforme toutes les équations du système en les écrivant sous forme non conservative pour avoir une écriture matricielle. On aboutit symboliquement au système suivant :

$$\partial_z F(V) = J_A(V) \partial_z V = H(V) \quad (3-99)$$

avec :

$$J_A(V) = \frac{\partial F}{\partial V} \quad \text{jacobien du système}$$

Sous la condition d'inversibilité du jacobien $J_A(V)$, le système à intégrer s'écrit alors :

$$\partial_z V = J_A^{-1}(V) H(V) = H^{-1}(V) \quad (3-100)$$

C'est un système à 7 équations différentielles ordinaires.

Ce système est à intégrer explicitement et numériquement avec la méthode classique RUNGE-KUTTA d'ordre 4 (RK 4), le produit inverse $H^{-1}(V)$ est calculé par la méthode de Newton-Raphson. Cependant un certain nombre de difficultés sont apparues au cours de la résolution en particulier lors du calcul du produit inverse $H^{-1}(V) = J_A^{-1}(V) H(V)$. La formulation des équations d'état (numérique) ne permet de calculer que numériquement le jacobien et en conséquence le vecteur H^{-1} .

L'organigramme est présenté en *annexe 3*.

3-3-5 RÉSULTATS DU MODÈLE

La conception de la veine axysymétrique n'a pas permis de réaliser des mesures locales dans la chambre de mélange, d'où l'idée d'en faire une autre à section rectangulaire. Le modèle sera alors validé sur la géométrie rectangulaire (veine de visualisation).

Les conditions d'entrée du calcul correspondent aux conditions expérimentales citées dans le *tableau 3-1*, c'est-à-dire :

- conditions amont (imposées) :

$$\begin{array}{lll} \alpha_I = 0,817 & u_{IV} = 437 \text{ m/s}, & u_{IL} = 12 \text{ m/s}, \\ P_{IV} = 0,88 \text{ bar}, & T_{IV} = 96 \text{ }^{\circ}\text{C}, & T_{IL} = 23 \text{ }^{\circ}\text{C}. \end{array}$$

- condition aval (imposée) :

$$P_L \text{ (sortie de la partie hétérogène)} = P_V \text{ (sortie de la partie hétérogène).}$$

La géométrie est celle de la chambre de mélange de la veine 2D plane. Les mesures locales ont été faites sur une veine en Plexiglas® de type liquide centrale à section rectangulaire. Les dimensions de cette veine respectent les lois de similitude géométrique principales d'un IC (voir chapitre 2).

Les *figures 3-10, 3-11 et 3-12* représentent l'évolution des paramètres de l'écoulement dans la partie hétérogène de la chambre de mélange en fonction de la position axiale.

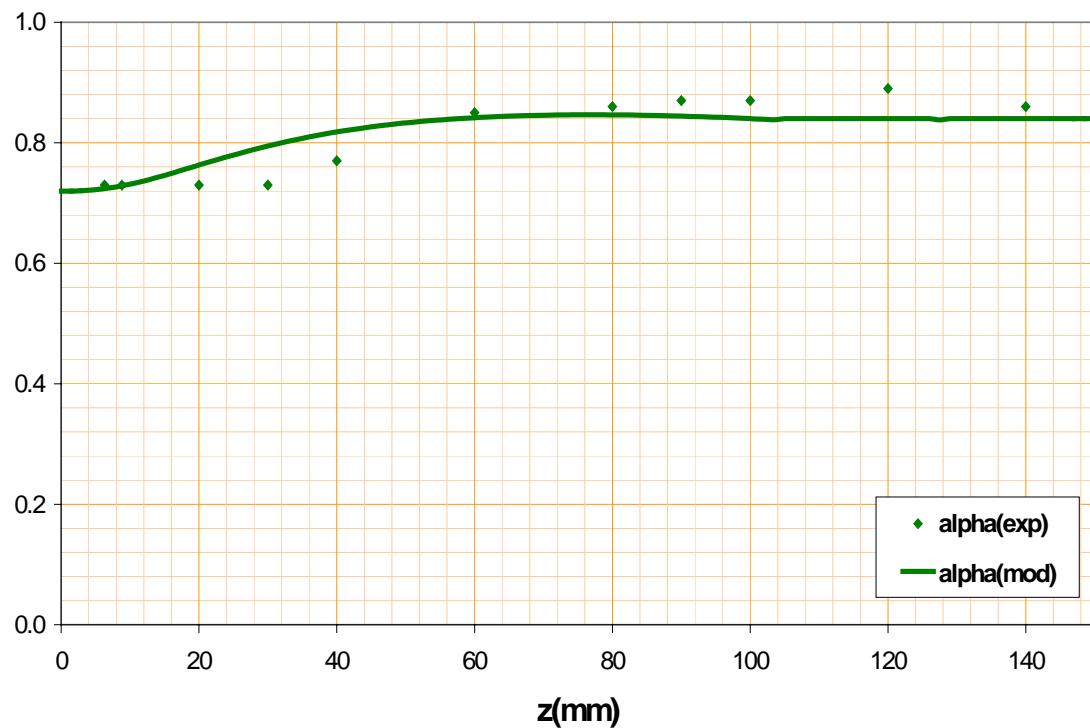


Figure 3-10 : Taux de vide calculé et expérimental

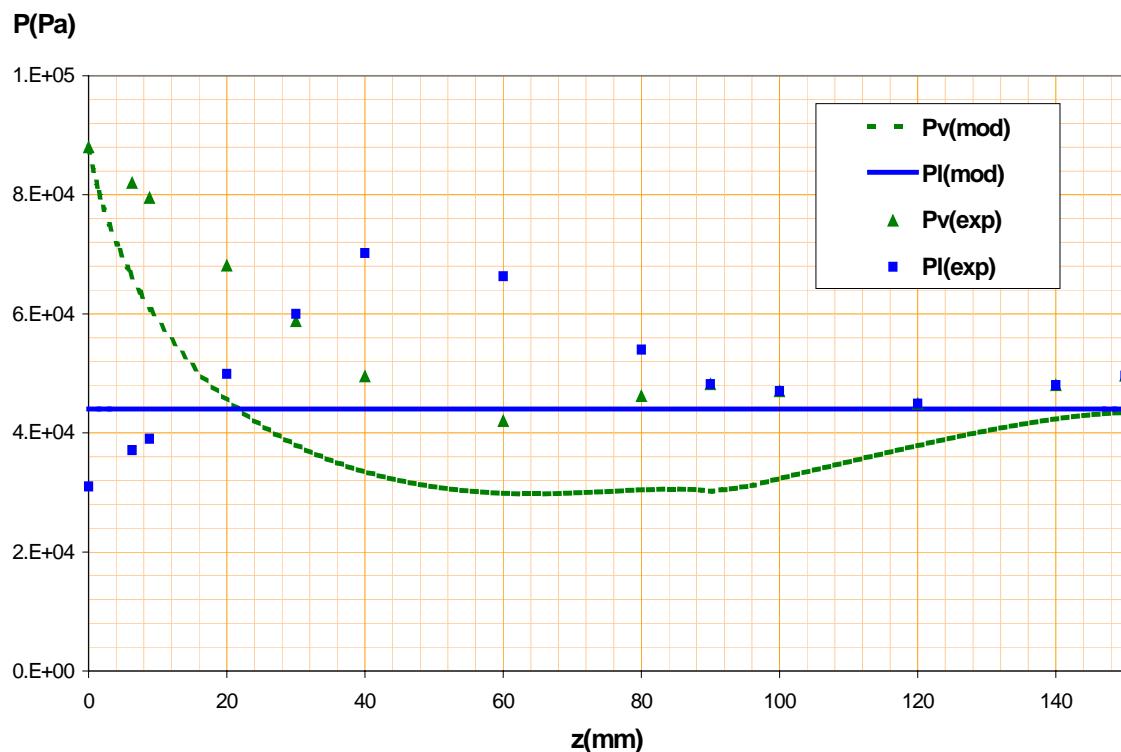


Figure 3-11 : Pressions de chacune des phases calculées et expérimentales

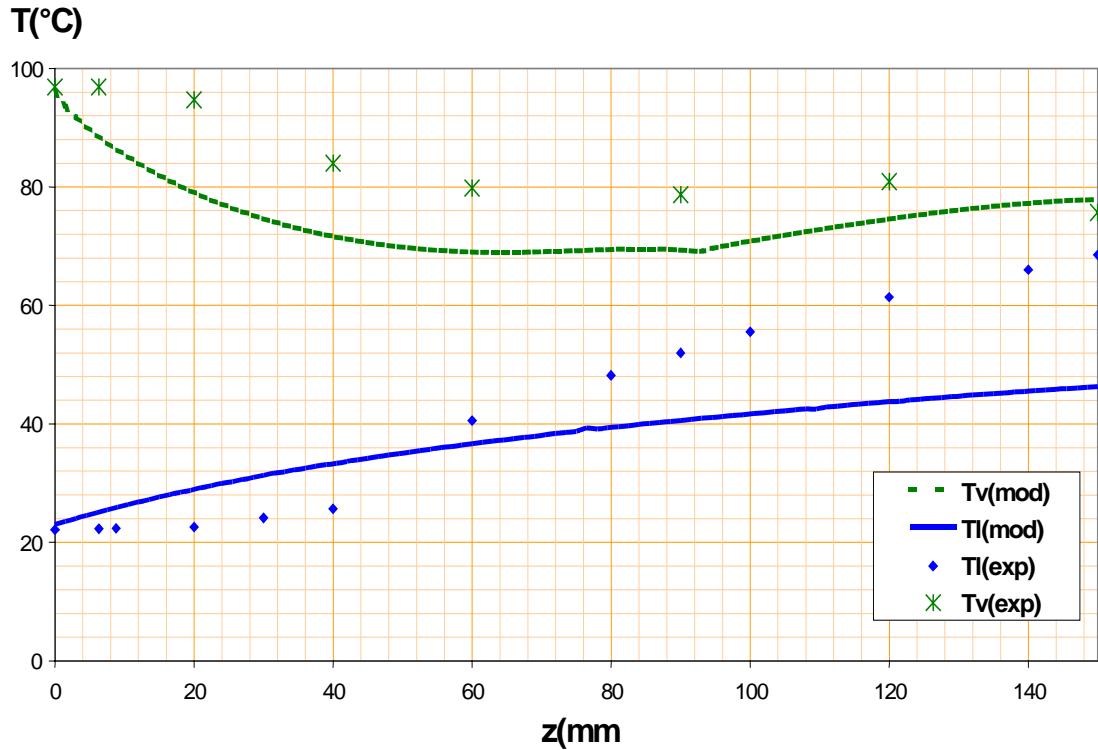


Figure 3-12 : Températures de chacune des phases calculées et expérimentales

La figure 3-10 montre qu'à l'entrée de la chambre de mélange le taux de vide augmente, et qu'il a tendance à se stabiliser pour atteindre une valeur maximale proche de la valeur expérimentale vers la fin. Cette partie est sujette à la concurrence entre deux phénomènes : la condensation qui tend à diminuer le taux de vide et la diminution du glissement de phase (la vapeur est freinée par le liquide) qui tend à l'augmenter (figure 3-8). Dès le premier contact entre les deux phases, c'est la dispersion de l'écoulement qui l'emporte, et puis plus le taux de vide à tendance à devenir constant plus il y a égalité entre les deux phénomènes.

La figure 3-11 montre que la détente de la vapeur continue dans la chambre de mélange du fait de la condensation. La pression vapeur calculée a la même évolution que la pression mesurée. Pour l'IC, l'hypothèse usuellement admise est l'égalité des pressions liquide et vapeur dès l'entrée de la chambre de mélange. Nos mesures locales de pression montrent qu'elle est erronée. L'hypothèse de la pression liquide constante et égale à la pression vapeur à la fin de l'atomisation, que nous avons admise, est plus adéquate pour rendre compte de la pression dans le liquide à l'entrée. Par contre, cette hypothèse ne prend pas en compte l'effet piston de la phase vapeur sur la phase liquide (cet effet piston est responsable de l'augmentation de la pression liquide dès l'entrée), et induit l'écart qu'on trouve entre les valeurs mesurées et calculées.

La figure 3-12 montre que la température de la vapeur calculée décroît à l'entrée de la chambre de mélange. L'atomisation du jet produit une grande surface d'échange entre les deux phases, ce qui intensifie considérablement le transfert thermique. La température calculée de la phase liquide augmente plus fortement que la température mesurée dès l'entrée. La

température mesurée est celle du cœur liquide alors que la température calculée est prise égale pour le dard liquide et les gouttelettes (une seule phase liquide). La non-séparation des deux structures liquides de l'écoulement est à l'origine de la différence de l'évolution des deux températures.

L'analyse des résultats expérimentaux [Deberne2000] a permis d'accéder à d'autres variables de l'écoulement : la vitesse de la phase vapeur et la vitesse de la phase liquide. Cette analyse a nécessité la construction d'un modèle utilisant l'expérience et qui se base sur l'échange thermique liquide/vapeur. L'échauffement du liquide est supposé être dû uniquement à la condensation de la vapeur qui cède progressivement sa chaleur latente ($Q_{iv} = 0$ et $Q_{il} \neq 0$). La variation du débit de la vapeur s'écrit alors :

$$dM_v = -\frac{M_L C_{p_L}(T_L)}{x_{v,v} L_v(P_v)} dT_L \quad (3-101)$$

avec :

$L_v(P_v)$: chaleur latente de la vapeur,

C_{p_L} : capacité thermique massique de l'eau liquide.

La conservation du débit total du mélange en régime stationnaire implique l'égalité suivante :

$$dM_v = -dM_L \quad (3-102)$$

En intégrant les relations (3-101) et (3-102) le long de la partie hétérogène de la chambre de mélange, on aboutit au système suivant :

$$\begin{cases} M_v = -\int_0^{l_{bu}} \frac{M_L C_{p_L}(T_L)}{x_{v,v} L(P_v)} dT_L + M_{0v} \\ M_L = -\int_0^{l_{bu}} dM_v + M_{0L} \end{cases} \quad (3-103)$$

Ce système contient le couple (M_v, M_L) comme inconnues, les autres grandeurs sont directement déduites des variables mesurées ou de la géométrie du système. Les propriétés thermodynamiques de l'eau et de la vapeur sont calculées à partie des lois d'état de chaque fluide. Le système est alors intégré numériquement suivant un schéma explicite et sur le même maillage des points de mesure :

$$\begin{cases} (M_v)_{j+1} = -\left(\frac{M_L C_{p_L}(T_{L,j})}{x_{v,v} L(P_{v,j})} \right) (T_{L,j+1} - T_{L,j}) + (M_v)_j \quad \text{et} \\ (M_L)_{j+1} = -[(M_v)_{j+1} - (M_v)_j] + (M_L)_j \end{cases} \quad \begin{cases} (M_v)_0 = M_{0v} \\ (M_L)_0 = M_{0L} \end{cases}$$

Où j est l'indice du point de mesure considéré d'abscisse z_j .

Les débits massiques s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} M_V = \alpha \rho_V u_V S \\ M_L = (1 - \alpha) \rho_L u_L S \end{cases} \quad (3-104)$$

Les deux dernières inconnues (vitesses) u_V et u_L sont finalement déduites de la relation (3-104). Elles sont confrontées aux vitesses calculées à partir de la modélisation 1D de la partie hétérogène de la chambre de mélange sur la *figure 3-13* :

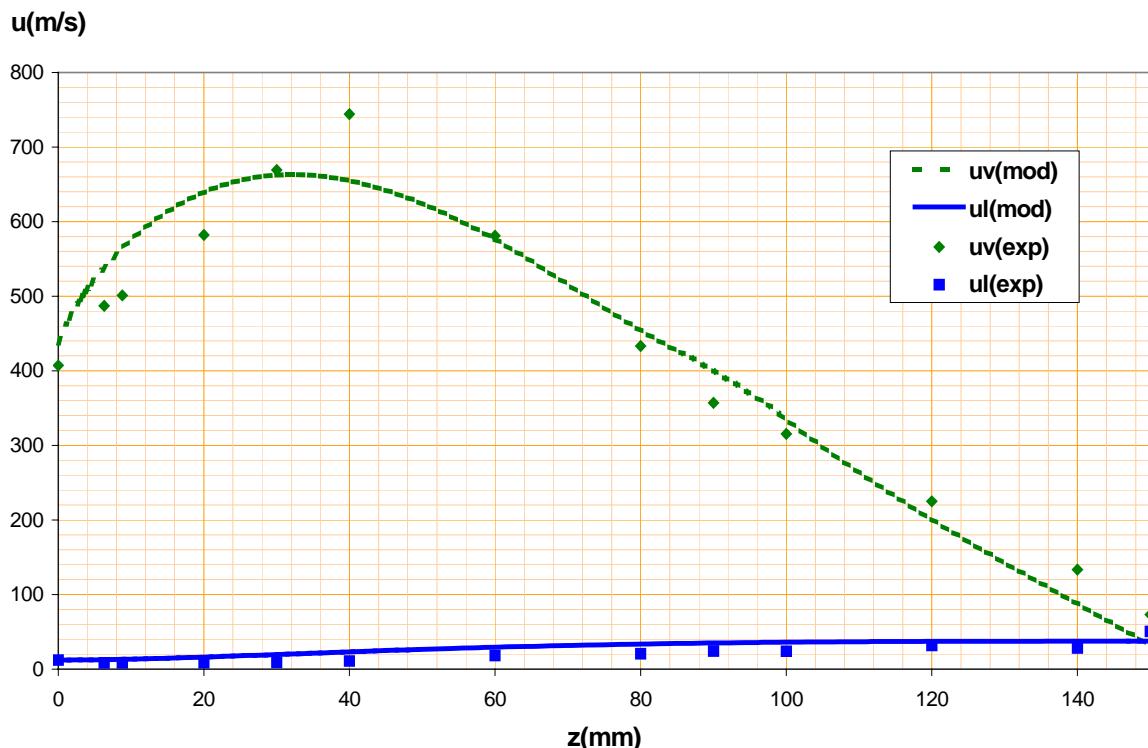


Figure 3-13 : Vitesses de chacune des phases issues du modèle et calculées à partir des mesures expérimentales

La *figure 3-13* représente les champs de vitesses : ceux calculés par le modèle et ceux déterminés à partir des mesures expérimentales de pression, température et titre. La phase vapeur est accélérée à l'entrée de la chambre de mélange à cause de l'effet de condensation, ensuite elle est décélérée progressivement par transfert de quantité de mouvement sur la phase liquide. La phase liquide subit quant à elle une accélération constante. Il existe une légère différence entre les valeurs calculées par le modèle et les valeurs déduites des résultats expérimentaux sur la phase vapeur. Cet écart est dû à la fois aux hypothèses faites lors du calcul des vitesses expérimentales (les incertitudes de mesures induisent une valeur approximative) et celles adoptées lors de la modélisation.

3-3-6 CALCUL DE LA PRODUCTION D'ENTROPIE ET DE L'EXERGIE

Les résultats issus de l'expérience et ceux issus de la modélisation permettent de déduire l'entropie globale créée par les irréversibilités internes. Compte tenu des phénomènes thermohydrauliques intervenant dans l'écoulement dans la chambre de mélange, la production

d'entropie y est importante. D'où l'intérêt d'une comparaison entre les entropies issues de la modélisation et celle déduite de l'expérience. L'entropie globale est donnée par la relation suivante :

$$s_m = \alpha S_V + (1 - \alpha) S_L$$

avec : $S_V = s(P_V; x_{VV})$ entropie de la phase vapeur, (3-105)

$$S_L = s(P_L; T_L)$$
 entropie de la phase liquide.

On compare alors les deux entropies (déduites des résultats expérimentaux et du modèle) de la partie hétérogène de la chambre de mélange sur la *figure 3-14*.

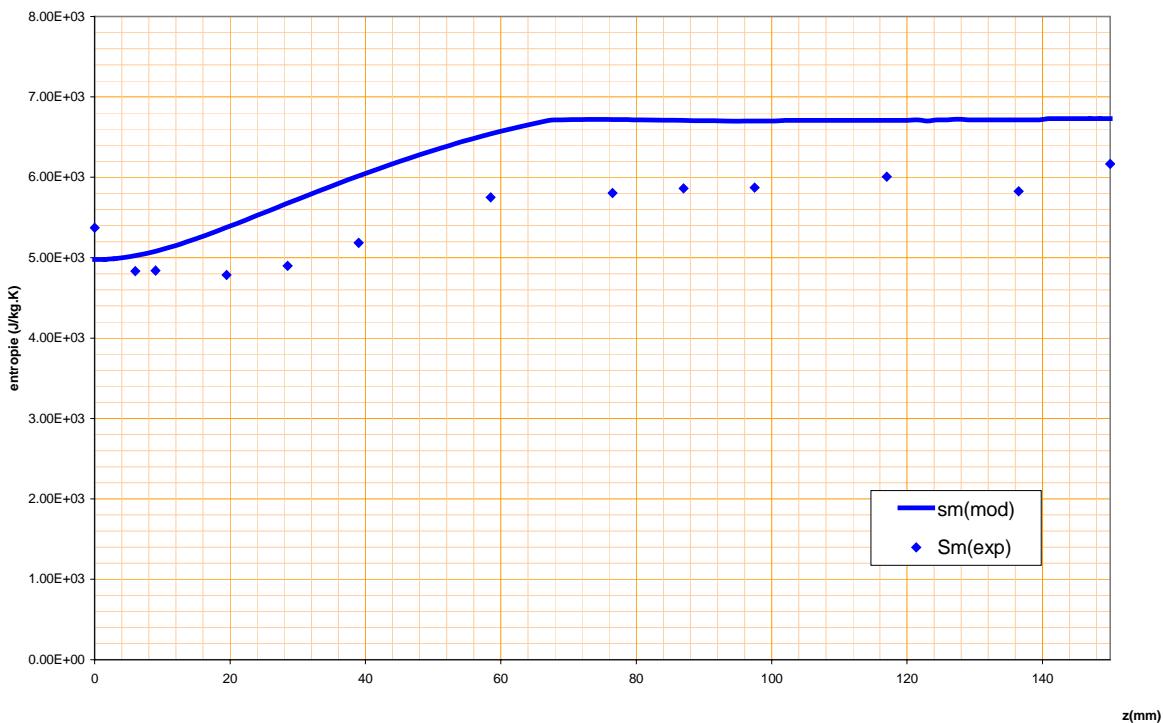


Figure 3-14 : Evolution de l'entropie du mélange (liquide/vapeur) dans la partie hétérogène de la chambre de mélange

La *figure 3-14* présente une concordance acceptable entre les valeurs issues du modèle et celles déduites de l'expérience. L'entropie augmente dès l'entrée de la chambre de mélange et a tendance à se stabiliser vers la fin de cette partie de l'écoulement, la majeure partie des irréversibilités³ est créée à l'entrée. Les deux courbes ont la même allure avec un certain décalage lié, d'une part, à la nature de la section de passage (les mesures expérimentales ont été relevées sur une veine à section rectangulaire alors que les résultats numériques découlent d'une section circulaire), d'autre part, à l'écart trouvé entre les pressions mesurées et celles calculées.

L'exergie correspond à la fraction maximale de l'énergie récupérable sous forme de travail d'un système qui évolue réversiblement entre un état quelconque et son état d'équilibre avec le

³ Remarque : L'écoulement dans l'IC étant adiabatique, l'augmentation d'entropie correspond à une création d'entropie due aux irréversibilités.

milieu ambiant. L'exergie référencée par rapport au liquide amont s'écrit :

$$Ex_m = (h_m - h_{0L}) - T_{0L}(s_m - s_{0L}) \quad (3-106)$$

avec :

$$h_m = \alpha h_v + (1 - \alpha)h_L$$

Dans l'équation (3-106), la quantité :

$$An_m = T_{0L}(s_m - s_{0L}) \quad (3-107)$$

est l'anergie. Elle correspond à la quantité de chaleur qu'un système doit céder au milieu ambiant.

On peut déterminer le taux de pertes exergétiques par :

$$\tau_{Ex} = \frac{\frac{dAn_m}{dz} l_{bu}}{M_v Ex_{V(entrée)}} \quad (3-108)$$

avec :

$$An_m = (M_v + M_L)An_m$$

Le taux de pertes exergétiques (figure 3-15) augmente dès l'entrée de la chambre de mélange, il atteint son maximum à la côte $z = 20$ mm, et puis à tendance à diminuer pour s'approcher le plus de la valeur nulle vers la fin de cette partie (début de la partie homogène dispersée) : la majeure partie de l'énergie transformable en travail se fait à l'entrée de la chambre de mélange (différence de température et glissement des phases très importants).

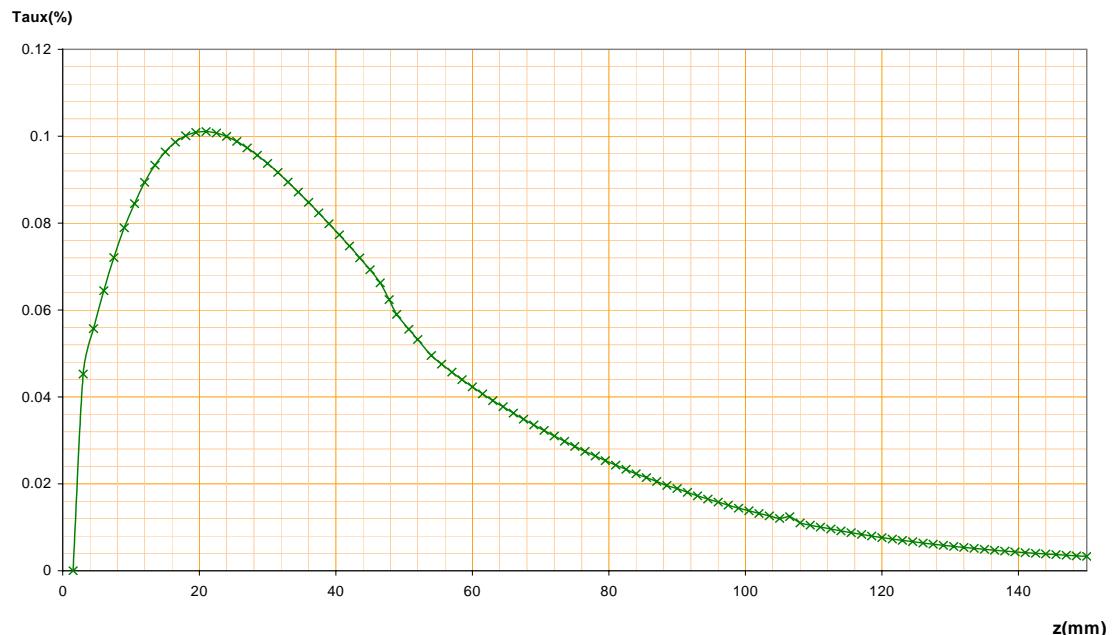


Figure 3-15 : Evolution du taux de pertes exergétiques dans la partie hétérogène de la chambre de mélange

3-3-7 CONCLUSION

Pour conclure ce paragraphe, on note que cette modélisation 1D de la partie hétérogène donne des résultats globalement cohérents. L'ensemble des phénomènes physiques est correctement reproduit (au moins qualitativement), avec des évolutions des variables d'écoulement identiques à celles obtenues expérimentalement. En effet, on retrouve que cette partie de l'écoulement est caractérisée par un déséquilibre cinétique important, un déséquilibre thermique induisant une condensation directe entre les phases et une séparation des champs de pression liquide et vapeur. Cette modélisation nécessite au préalable la détermination de la longueur de rupture du jet l_{bu} et l'adoption de certaines corrélations empiriques.

3-4 MODÉLISATION 1D DE LA PARTIE HOMOGENE DISPERSEE DE LA CHAMBRE DE MELANGE

3-4-1 CHOIX DU MODÈLE POUR LA PARTIE HOMOGENE DISPERSÉE

A l'issue de l'atomisation totale du jet liquide, on récupère dans la chambre de mélange un écoulement constitué de vapeur et de gouttelettes de liquides. Ce mélange peut être considéré comme un écoulement homogène constitué de gouttelettes dispersées et de vapeur. La modélisation de cette partie de l'écoulement doit permettre, connaissant les conditions amont de la vapeur et du liquide, de calculer les valeurs jusqu'au col de la chambre de mélange. Nous recherchons une modélisation qui soit à la fois simple et précise.

Dans sa modélisation de l'écoulement dans la tuyère primaire, Deberne [Debrne2000] avait assimilé l'écoulement de la vapeur humide à un écoulement diphasique dispersé (l'eau liquide sous forme de gouttelettes et la vapeur environnante). Il avait alors fait appel à un modèle homogène dispersé comme dans la partie homogène de la chambre de mélange, l'analogie avec le modèle homogène dispersé est faisable, nous avons utilisé le même modèle que Deberne sachant que dans notre cas les gouttelettes ont une taille beaucoup plus importantes. Ce type de mélange diphasique (de vapeur et de liquide à la saturation) est présent dans beaucoup de procédés industriels turbine à vapeur, machines frigorifiques, chimie..., si bien qu'un nombre important de travaux ont été publiés sur ce sujet. Ces études montrent qu'un mélange homogène dispersé (liquide+vapeur) peut être généralement traité comme un fluide monophasique tant qu'il reste confinée dans un domaine bien défini. Cependant, dans certaines conditions, il peut apparaître des phénomènes de déséquilibres pouvant notamment modifier les caractéristiques du fluide et de l'écoulement. Nous allons décrire succinctement ces phénomènes.

Phénomènes de déséquilibres

Ce paragraphe expose très succinctement la physique des phénomènes de déséquilibres. L'objectif est de présenter quelques aspects essentiels permettant de justifier les hypothèses et les simplifications que nous ferons par la suite.

Lorsqu'une vapeur est détendue en franchissant la courbe de saturation, il peut se produire deux types de déséquilibres :

- thermodynamique : la température de la phase vapeur ne suit pas la température de saturation, et un retard à la condensation apparaît. L'écart entre la température réelle de la vapeur et la température de saturation est appelé sous-saturation.
- déséquilibre mécanique. Un glissement entre les deux phases peut apparaître lié à la différence d'inertie entre les gouttes et la vapeur environnante.

Déséquilibre thermodynamique

Le déséquilibre thermodynamique dépend principalement de deux facteurs :

- la présence ou l'absence initiale de germes dans la vapeur. Ces germes peuvent être constitués soit de gouttelettes liquides, soit d'impuretés (poussières métalliques, organiques...) et permettent d'amorcer la condensation.
- de la vitesse de détente \dot{P}_V (voir *paragraphe 1-3*). Pour un régime d'écoulement permanent :

$$\dot{P}_V = -\frac{1}{P} \frac{DP_V}{Dt} = -\frac{u_V}{P_V} \frac{dP_V}{dz} \quad (3-109)$$

avec :

P_V	pression de la vapeur (humide),
u_V	vitesse axiale de la phase vapeur,
z	abscisse de l'axe principal de l'écoulement.

Déséquilibre mécanique

La différence d'inertie entre une gouttelette liquide et la vapeur peut être à l'origine d'un déséquilibre mécanique (glissement de phase $u_V \neq u_L$) lors d'une accélération importante de l'écoulement. Dans un milieu vapeur/gouttelette, ce déséquilibre est limité par des forces de rappel, composée principalement d'une force de traînée :

$$M_i = \frac{1}{2} \rho_V C_i (u_V - u_L)^2 \quad (3-110)$$

Le déséquilibre mécanique est caractérisé par une constante de temps, dont l'expression est donnée par Young [Young1984] :

$$\tau_M = \frac{2r^2 \rho_L [C(Re_V) + 2,76Kn]}{9\mu_V} \quad (3-111)$$

avec : $C(Re_V) \approx 1$ facteur de correction sur le coefficient de traînée,

Kn Pseudo-nombre de Knudsen :

$$Kn = \frac{l}{2r} = \frac{\text{distance moyenne entre les gouttelettes}}{\text{diamètre des gouttelettes}},$$

μ_V viscosité dynamique de la phase vapeur.

L'équation permettant de calculer ce déséquilibre est l'équation de quantité de mouvement d'une goutte, elle est donnée par :

$$u_L \frac{du_L}{dz} = \frac{\Delta u}{\tau_M} \quad (3-112)$$

avec : $\Delta u = u_V - u_L$ vitesse relative.

Le temps de relaxation mécanique est donc à comparer avec le gradient local de vitesse si $\left(\frac{du_V}{dz}\right) \ll \frac{1}{\tau_M}$, le déséquilibre mécanique est alors négligeable.

Une étude de sensibilité réalisée par Young [Young1982], montre que pour des gouttelettes de diamètre inférieur à 0,5 μm , le phénomène de déséquilibre mécanique est totalement négligeable et que le temps de relaxation mécanique est en général nettement plus faible que le temps de relaxation thermodynamique (environ 100 fois inférieur). Dans la plupart des cas, le déséquilibre mécanique n'est jamais pris en compte.

Selon le nombre de déséquilibre que l'on souhaite modéliser, l'écriture du modèle sera plus ou moins sophistiquée (elle comprendra de 3 à 6 équations de conservation).

3-4-2 MODÈLE HOMOGÈNE ÉQUILIBRÉ

Le modèle le plus simple est évidemment le modèle homogène équilibré (MHE), c'est-à-dire celui où les déséquilibres sont tous supposés négligeables. Pour des raisons de simplicité c'est ce modèle qu'on va traiter en premier lieu. Dans ce cas, on raisonne sur les propriétés moyennes du mélange, l'écoulement est alors décrit par 3 équations de conservation.

Les hypothèses que nous avons adoptées pour ce modèle sont les suivantes :

- équilibre thermodynamique entre le liquide et la vapeur et équilibre mécanique (le glissement de phase est supposé unitaire). Dans ces conditions, le mélange diphasique est assimilé à un fluide monophasique avec les propriétés moyennes suivantes :

$$\rho_m = \alpha \rho_V + (1 - \alpha) \rho_L \quad (3-113)$$

$$h_m = x h_V + (1 - x) h_L \quad (3-114)$$

- le modèle est unidimensionnel. Cette approximation reste tout à fait valable tant que l'écoulement ne présente pas de gradients de pression ou de vitesse trop importants ou irréguliers ;
- l'écoulement est supposé stationnaire ;
- enfin, on suppose que l'ensemble du système est adiabatique vis-à-vis du milieu extérieur. Par contre, on tient compte du frottement aux parois.

3-4-2-1 Equations de bilan

En respectant l'ensemble de ces hypothèses, le système d'équations de conservation décrivant l'écoulement est le suivant (en notant que h_m est une fonction de P_m et ρ_m) :

$$\begin{cases} u_m \frac{\partial \rho_m}{\partial z} + \rho_m \frac{\partial u_m}{\partial z} = -\rho_m u_m \frac{1}{S} \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial z} \\ \rho_m u_m \frac{\partial u_m}{\partial z} + \frac{\partial P_m}{\partial z} = -\tau_w \frac{p_w}{S} \\ \left(\frac{\partial h_m}{\partial \rho_m} \right) \frac{\partial \rho_m}{\partial z} + u_m \frac{\partial u_m}{\partial z} + \left(\frac{\partial h_m}{\partial P_m} \right) \frac{\partial P_m}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (3-115)$$

avec :

$$h_m = f(P_m, \rho_m)$$

u_m vitesse moyenne du mélange,
 p_w périmètre mouillé (aux parois),
 τ_w contrainte visqueuse aux parois (frottements),
 S section transversale à l'écoulement principal.

En réécrivant ce système sous une forme homogène, nous obtenons le système symbolique suivant :

$$R_V \frac{\partial V_V}{\partial z} = H_V(V_V) \quad (3-116)$$

avec :

R_V : matrice de Riemann,
 V_V : vecteur des inconnues principales,
 $H_V(V_V)$: vecteur source.

$$R_V = \begin{pmatrix} u_m & \rho_m & 0 \\ 0 & u_m & \frac{1}{\rho_m} \\ 0 & \rho_m c_V^2 & u_m \end{pmatrix} \quad V_V = \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho_m}{\partial z} \\ \frac{\partial u_m}{\partial z} \\ \frac{\partial P_m}{\partial z} \end{pmatrix} \quad H_V(V_V) = \begin{pmatrix} -\rho_m u_m \frac{1}{S} \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial z} \\ -\tau_w \frac{p_w}{S} \frac{1}{\rho_m} \\ -\rho_m u_m c_V^2 \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial z} + \frac{u_m}{\left(\rho_m \left(\frac{\partial h_m}{\partial P_m} \right) - 1 \right)} \frac{P_w}{S} \tau_w \end{pmatrix}$$

où c_V est la vitesse du son dans un milieu homogène équilibré :

$$c_V = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho}} \quad (3-117)$$

On prend en compte que le milieu est équilibré, l'équation de Clausius-Clapeyron est alors valide, et par conséquent la pression ne dépend que de la température. En utilisant, de plus les équations de Maxwell, la vitesse du son prend l'expression :

$$c_V = \sqrt{\frac{\rho_m \left(\frac{\partial h_m}{\partial \rho_m} \right)}{1 - \rho_m \left(\frac{\partial h_m}{\partial P_m} \right)}} \quad (3-118)$$

Loi de fermeture pour le frottement aux parois

On utilisera, pour déterminer la contrainte de frottement pariétal τ_w , la formule de Chézy :

$$\tau_w = -\frac{1}{2} C_f \rho_V u_V^2 \quad (3-119)$$

avec : C_f coefficient de frottement qui dépend, a priori, du nombre de Reynolds et de la rugosité de paroi.

Il est d'usage de rapporter le coefficient de frottement C_f au coefficient de Nikuradse Λ :

$$C_f = \Lambda \frac{S}{P_w D_h} \quad (3-120)$$

avec : $D_h = \frac{4S}{P_w}$ Diamètre hydraulique

Le coefficient de Nikuradse est déterminé à partir d'abques spécifiques que l'on trouvera, par exemple, dans [Idel'cyk1969].

3-4-2-2 Résolution numérique

Le système (3-116) admet une solution si la matrice de Riemann est inversible. Le calcul du déterminant de R_V donne :

$$\text{Det}(R_V) = u_m(u_m - c_V)(u_m + c_V) \quad (3-121)$$

Le cas $(u_m = c_V)$ représente un point singulier⁴ pour le système puisqu'il annule le déterminant. Ce point caractérise un passage transsonique de l'écoulement vers deux solutions

⁴ Remarque : le cas $u_m = 0$ définit aussi un point singulier pour le système. Cependant, nous l'éliminons d'office car ne présentant pas d'intérêt particulier (débit nul).

possibles. Selmer-Olsen [Selmer-Olsen1991] a étudié théoriquement l'espace des solutions pour ce système qui se résume à la topologie présentée sur la *figure 3-16*.

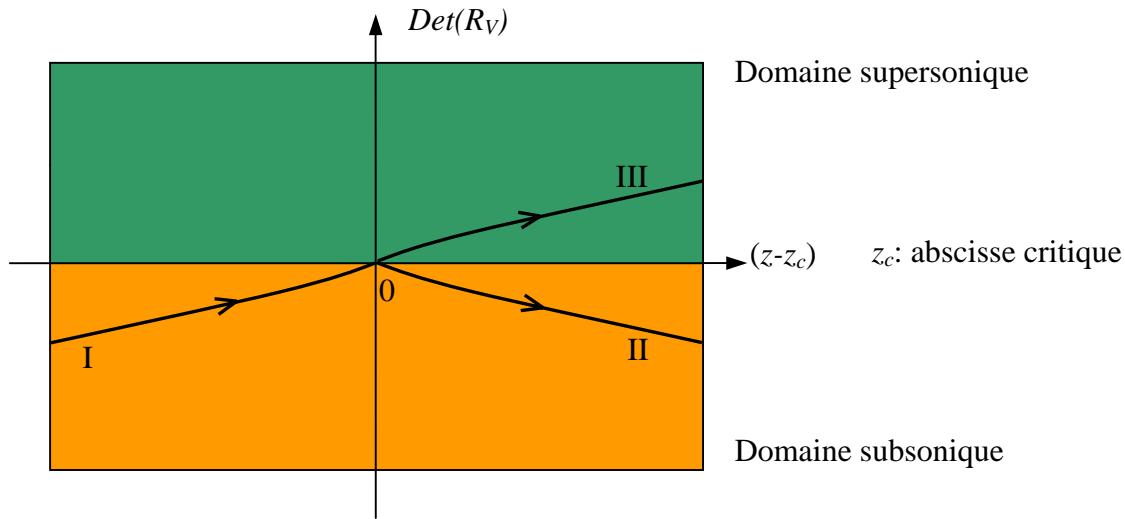


Figure 3-16 : Topologie de l'espace des solutions

L'écoulement à ce niveau de la chambre de mélange est toujours supersonique, donc on distingue deux cas :

- si l'écoulement reste supersonique, le problème admettra une solution unique,
- si l'écoulement devient transsonique, le déterminant s'annule en un point singulier d'abscisse z_c (section critique) que nous allons définir. Le problème admet, a priori, deux solutions : une branche supercritique et une branche subcritique.

C'est le deuxième cas qui nous intéresse. Au point singulier ($u_m = c_V$), le système (3-116) admet une solution physique si l'équation de compatibilité adjointe est vérifiée. Cette équation est déterminée par la résolution du sous-système de (3-116) et définit implicitement l'abscisse de la section critique z_c :

$$\left(\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial z} \right)_c = \left(\frac{P_w \tau_w}{c_V^2} \frac{\partial h_m / \partial P_m}{\rho_m (\partial h_m / \partial P_m) - 1} \right)_c \quad (3-122)$$

Pour un fluide le deuxième terme du produit constituant l'équation (3-122) est positif, l'équation montre que dans le cas d'un écoulement avec frottement, la section critique est atteinte dans la partie de la tuyère où $\frac{\partial S}{\partial z} > 0$ c'est à dire dans le divergent (S_c doit s'accrocher juste à la sortie du col). Si le frottement est nul, on retrouve la condition des écoulements isentropiques qui situe la section critique exactement au col.

Etape de Normalisation

Le système stationnaire (3-116) est à intégrer explicitement de l'amont vers l'aval avec la méthode de Runge-Kutta (ordre 4) avec un pas Δz auto-adaptatif.

L'organigramme de cette résolution est représenté en *annexe 3*.

L'intégration numérique se fait sur le système normalisé. Cette étape est impérative pour éviter les problèmes de divergence, en particulier lorsque la solution est proche du point critique. Le meilleur choix pour les variables de réduction correspond aux valeurs critiques, car le système est alors numériquement centré. En pratique, ce choix est impossible car ces valeurs sont inconnues. Les variables de réduction seront donc celles calculées à partir des conditions amont. On pose alors :

$$\begin{cases} \rho^* = \rho_m / \rho_{0m} \\ P^* = P_m / P_{0m} \\ u^* = u_m / \sqrt{P_{0m} / \rho_{0m}} \\ c^* = c_v / \sqrt{P_{0m} / \rho_{0m}} \\ h^* = h_m \rho_{0m} / P_{0m} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} z^* = z / L_{CV,CDM} \\ S^* = S / S_{C,CDM} \\ D_h^* = D_h / L_{CV,CDM} \end{cases} \quad \text{Variables de réduction (3-123)}$$

où : CV,CDM : convergent de la chambre de mélange,
C,CDM : col de la chambre de mélange.

Le système à résoudre numériquement devient simplement, en remplaçant les grandeurs réelles par leurs duals :

$$R_V \frac{\partial V_V}{\partial z} = H_V(V_V) \quad \longrightarrow \quad R^* \frac{\partial V^*}{\partial z^*} = H(V^*) \quad (3-124)$$

$$\left(\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial z} \right)_c = \left(\frac{\mu}{(\rho_m \mu - 1)} \frac{P_w \tau_w}{c_v^2} \right) \quad \longrightarrow \quad \left(\frac{\partial \mathcal{S}^*}{\partial z^*} \right)_c = \left(\frac{\mu^*}{(\rho^* \mu^* - 1)} \frac{P_w^* \tau_w^*}{(c^*)^2} \right)_c \quad (3-125)$$

avec : $\mu = \left(\frac{\partial h_m}{\partial P_m} \right)$

Dans la suite du texte, nous conserverons les notations des variables non normalisées, sachant que les deux systèmes sont totalement équivalents d'un point de vue mathématique (mais pas numérique).

3-4-2-3 Résultats du modèle

La conception de la veine 2D (rectangulaire) de visualisation a permis à Deberne [Deberne2000] de réaliser des mesures locales dans l'ensemble de la chambre de mélange. Ainsi, et bien que notre modèle soit relatif à une géométrie axisymétrique, nous chercherons à le valider à partir des résultats expérimentaux en géométrie rectangulaire.

Les conditions d'entrée du calcul correspondent aux conditions numériques de la sortie de la partie hétérogène (*tableau 3-6*) :

Grandeur	Taux de vide	u (m/s)	P (bar)	T (°C)	ρ (kg/m ³)
vapeur	0,942	47,5	0,39	75,5	0,24
liquide		47,5	0,39	75,5	974,6

Tableau-3-6: Grandeur numériques à l'entrée de la partie homogène

Les *figures 3-17, 3-18, et 3-19* représentent l'évolution des paramètres de l'écoulement dans la partie hétérogène de la chambre de mélange en fonction de la position axiale.

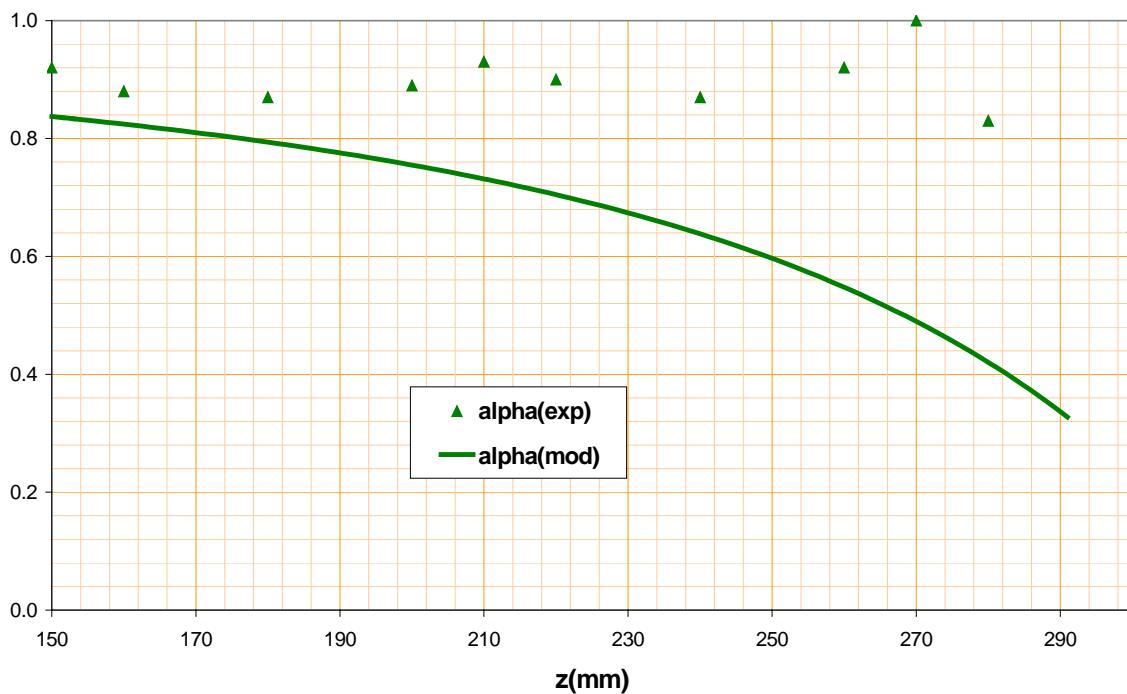


Figure 3-17 : Taux de vide calculé et expérimental

La *figure 3-17* montre qu'à l'issue de la partie hétérogène le taux de vide commence à régresser. La condensation est à l'origine de cette diminution en raison de l'importance de la surface d'échange interfaciale dans cette partie de l'écoulement.

La *figure 3-18* décrit l'évolution de la pression calculée qui a la même évolution que la pression expérimentale avec un décalage dû à la valeur obtenue à la fin de la partie hétérogène. On a pu vérifier expérimentalement qu'effectivement, la pression reste quasiment constante dans cette partie de l'écoulement.

La *figure 3-19* représente l'évolution de la température qui connaît une faible augmentation dans cette partie de l'écoulement. Les valeurs mesurées et calculées sont en bonne concordance avec petit écart lié à la façon de calculer les champs de températures. En effet, la

température est une inconnue auxiliaire du système qu'on calcule en utilisant les équations d'états et les inconnues principales du système en question.

P(Pa)

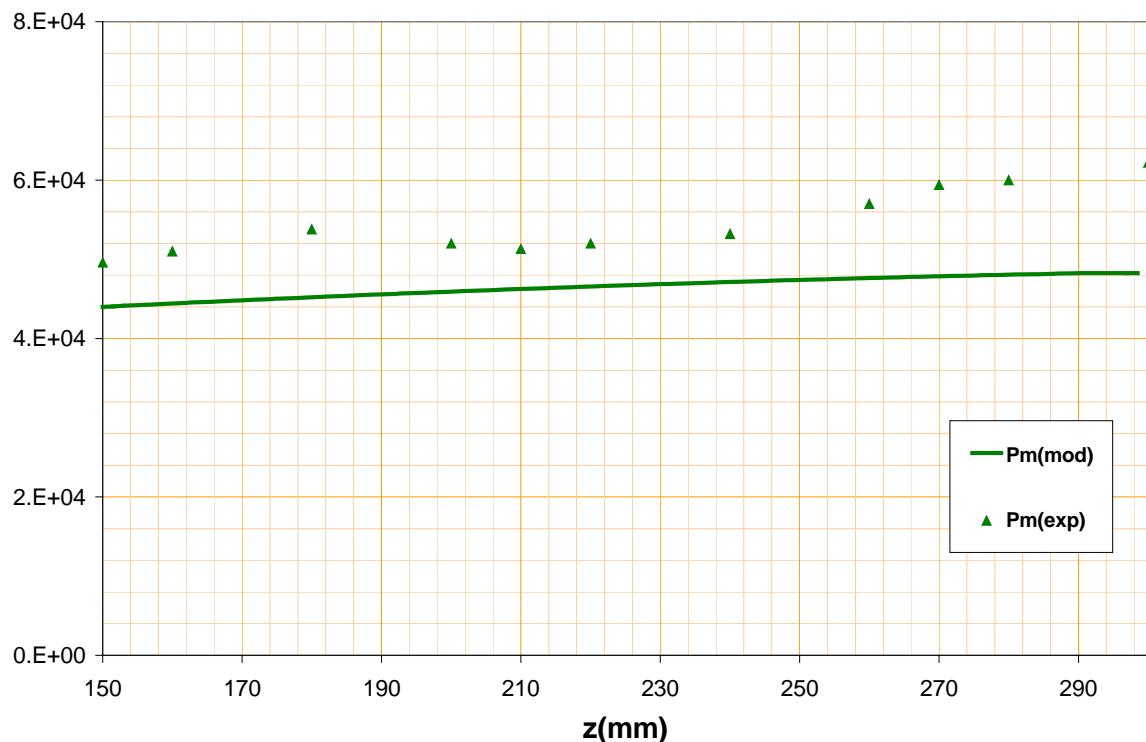


Figure 3-18 : Evaluation de la pression en fonction de la chambre de mélange (partie homogène)

T(°C)

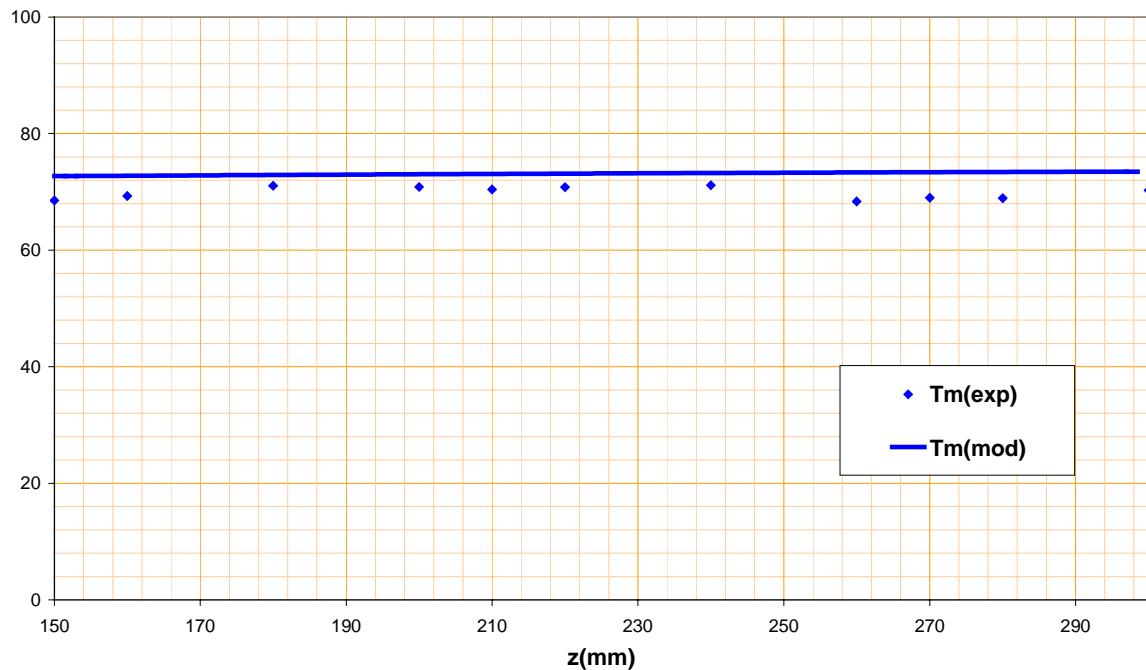


Figure 3-19 : Evaluation de la température en fonction de la chambre de mélange (partie homogène)

On rappelle que la température d'entrée utilisée est la température moyenne du mélange. Comme le mélange est constitué de vapeur (phase continue) et de gouttelettes (phase dispersée), la température moyenne est considérée comme une température pondérée avec le taux de vide calculée comme suit :

$$T_m(\text{entrée}) = \alpha(\text{entrée})T_v(\text{entrée}) + (1 - \alpha(\text{entrée}))T_L(\text{entrée}) \quad (3-126)$$

L'analyse des résultats expérimentaux a permis d'accéder à une autre variable de l'écoulement : la vitesse du mélange (voir paragraphe 3-3-5). Le modèle sur lequel est basée cette analyse donne des résultats moins précis pour la partie homogène dispersée de la chambre de mélange ($z > 150$ mm). De plus l'étude de sensibilité montre effectivement une grande variation des résultats en fonction des mesures. Dans la zone où $z < 150$ mm, l'erreur commise sur les grandeurs calculées est acceptable. Par contre, dans la zone $z > 150$ mm, la sensibilité aux grandeurs mesurées est importante. Cette sensibilité explique les fortes irrégularités des profils de vitesse qui rend ces derniers non crédibles. L'évolution correspondante n'a donc pas été représentée.

Les résultats numériques obtenus sont cohérents avec les résultats expérimentaux jusqu'au col (la partie où se développe l'onde de condensation). Cependant, le modèle ainsi conçu n'a pas pu capter l'onde de condensation ce qui nous a conduit à réfléchir à un modèle plus adéquat.

3-4-3 MODÈLE NON ÉQUILIBRÉ

Nous utilisons pour cette partie un deuxième modèle qui prend en compte le déséquilibre thermodynamique existant et mis en évidence dans les essais (HRM : homogeneous relaxation model). Le déséquilibre thermodynamique est interprété comme un retard à la condensation, avec un titre en vapeur qui ne suit pas l'évolution de la pression (à entropie constante) si le système était dans un état d'équilibre. Selon Bilicki [Bilicki1996], ce retard à la condensation est régi par une loi du type (rappel à l'équilibre) :

$$\frac{Dx_v}{Dt} = \frac{\partial x_v}{\partial t} + u_m \frac{\partial x_v}{\partial z} = -\frac{x_v - \bar{x}_v}{\theta} \quad (3-127)$$

avec :

- x_v : titre en vapeur réel (hors équilibre) ;
- \bar{x}_v : titre en vapeur à l'équilibre thermodynamique ;
- θ : constante de temps caractéristique du retard ;
- u_m : vitesse moyenne du mélange.

Selon les auteurs, dans le cas de l'eau, le temps caractéristique du retard θ est de l'ordre de 10^{-2} s pour une pression de 0,6 bar en amont de l'onde de condensation. Ils ne donnent pas de corrélation permettant d'évaluer ce temps caractéristique en fonction des paramètres de l'écoulement et dans le cas de la condensation, mais soulignent cependant l'influence importante de la pression : le temps de relaxation diminue avec l'augmentation de la pression.

Les hypothèses que nous adoptons pour ce modèle sont les mêmes que celle adoptées pour le modèle précédent tout en prenant en compte que l'équilibre thermodynamique entre les phases

vapeur et liquide n'a pas été réalisé et présente un phénomène de retard à la condensation. L'enthalpie du mélange prend la forme suivante :

$$h_m = x_V h_{sat,V}(P) + (1 - x_V) h_L(P, T_L(P, \rho, x_V)) \quad (3-128)$$

3-4-3-1 Equations de bilan du modèle HRM

En respectant l'ensemble de ces hypothèses, le système d'équations de bilans décrivant l'écoulement est le suivant :

$$\begin{cases} u_m \frac{\partial \rho_m}{\partial z} + \rho_m \frac{\partial u_m}{\partial z} = -\rho_m u_m \frac{1}{S} \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial z} \\ \rho_m u_m \frac{\partial u_m}{\partial z} + \frac{\partial P_m}{\partial z} = -\tau_w \frac{P_w}{S} \\ \left(\frac{\partial h_m}{\partial \rho_m} \right) \frac{\partial \rho_m}{\partial z} + u_m \frac{\partial u_m}{\partial z} + \left(\frac{\partial h_m}{\partial P_m} \right) \frac{\partial P_m}{\partial z} + \left(\frac{\partial h_m}{\partial x} \right) \frac{\partial x_V}{\partial z} = 0 \\ u_m \frac{\partial x_V}{\partial z} = -\frac{x_V - \bar{x}_V}{\theta} \end{cases} \quad (3-129)$$

L'écriture matricielle du système (3-129) est identique à (3-116), où :

$$R_V = \begin{pmatrix} u_m & \rho_m & 0 & 0 \\ 0 & \rho_m u_m & 1 & 0 \\ \frac{\partial h_m}{\partial \rho_m} & u_m & \frac{\partial h_m}{\partial P_m} & \frac{\partial h_m}{\partial x_V} \\ 0 & 0 & 0 & u_m \end{pmatrix} \quad V_V = \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho_m}{\partial z} \\ \frac{\partial u_m}{\partial z} \\ \frac{\partial P_m}{\partial z} \\ \frac{\partial x_V}{\partial z} \end{pmatrix} \quad H_V(V_V) = \begin{pmatrix} -\rho_m u_m \frac{1}{S} \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial z} \\ -\tau_w \frac{P_w}{S} \\ 0 \\ -\frac{x_V - \bar{x}_V}{\theta} \end{pmatrix}$$

3-4-3-2 Résolution numérique

Le système (3-129) admet une solution si la matrice de Riemann est inversible. D'une manière similaire au système (3-116), on détermine les solutions possibles. On se reporte également à la figure 3-14 pour étudier théoriquement l'espace des solutions de ce système.

Le système en question admet une solution physique au point singulier ($u_m = c_V$) si l'équation déterminée par la résolution du sous-système de (3-129) est vérifiée. Cette équation définit implicitement l'abscisse de la section critique z_c .

$$\left(\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial z}\right)_c = \left(-\frac{P_w \tau_w}{\rho_m} \frac{\partial h_m / \partial P_m}{\partial h_m / \partial \rho_m} - \frac{S(x_v - \bar{x}_v)}{\rho_m u_m \theta} \frac{\partial h_m / \partial x_v}{\partial h_m / \partial \rho_m} \right)_c \quad (3-130)$$

Le premier terme constitue le second membre de l'équation (3-122). Il est bien connu dans la dynamique des gaz et localise la section critique dans la partie divergente de la tuyère tout près du col (*paragraphe 3-4-3*). Le second terme est spécifique au modèle homogène avec relaxation HRM. Les deux termes de l'équation (3-130) ont même signe, par conséquent, ils agissent dans le même sens et quand le déséquilibre thermique est plus important la section critique à tendance à se déplacer plus loin en aval par rapport à son emplacement pour un écoulement monophasique.

Dans le cas d'un écoulement supersonique, la *figure 3-16* montre l'existence d'un point de bifurcation (branche III et branche I) au franchissement de la section critique. Il faut donc définir une dernière condition pour déterminer la branche empruntée par la solution physique. Cette condition est donnée par le signe de la section.

Etape de Normalisation

Le système stationnaire (3-129) est à intégrer explicitement de l'amont vers l'aval avec la méthode de Runge-Kutta (ordre 4) avec un pas Δz auto-adaptatif. La normalisation est la même que celle utilisée dans le modèle homogène et équilibré HEM.

Le système à résoudre numériquement devient simplement, en remplaçant les grandeurs réelles par leur duales :

$$R_v \frac{\partial V_v}{\partial x} = H_v(V_v) \quad \longrightarrow \quad R^* \frac{\partial V^*}{\partial x^*} = H(V^*) \quad (3-131)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial z}\right)_c &= -\left(\frac{\partial h_m / \partial P_m}{\partial h_m / \partial \rho_m} \frac{P_w \tau_w}{\rho_m} + \frac{\partial h_m / \partial x_v}{\partial h_m / \partial \rho_m} \frac{S(x_v - \bar{x}_v)}{\rho_m \theta u_m} \right)_c \longrightarrow \\ \left(\frac{\partial \mathcal{S}^*}{\partial z^*}\right)_c &= -\left(\frac{\partial h^* / \partial P^*}{\partial h^* / \partial \rho^*} \frac{P_w^* \tau_w^*}{\rho^*} + \frac{\partial h^* / \partial x_v}{\partial h^* / \partial \rho^*} \frac{S(x_v - \bar{x}_v)}{\rho^* \theta^* u^*} \right)_c \end{aligned} \quad (3-132)$$

La considération du retard à la condensation traduit mieux les phénomènes physiques produit dans cette partie homogène de la chambre de mélange. Cependant, les résultats numériques changent très peu. Ces résultats ont été sensiblement améliorés (*figure 3-19*). Cependant, le modèle homogène avec relaxation ne permet pas d'avantage de capter l'onde de condensation.

3-4-4. CONCLUSION

La variation de la structure géométrique de l'écoulement de la chambre de mélange est à l'origine d'un découpage de la chambre de mélange en deux parties : hétérogène (dard liquide, gouttelettes liquides et vapeur) et homogène (gouttelettes dispersées dans la vapeur). Leur transition est localisée grâce à la longueur de désintégration complète du jet liquide l_{bu} .

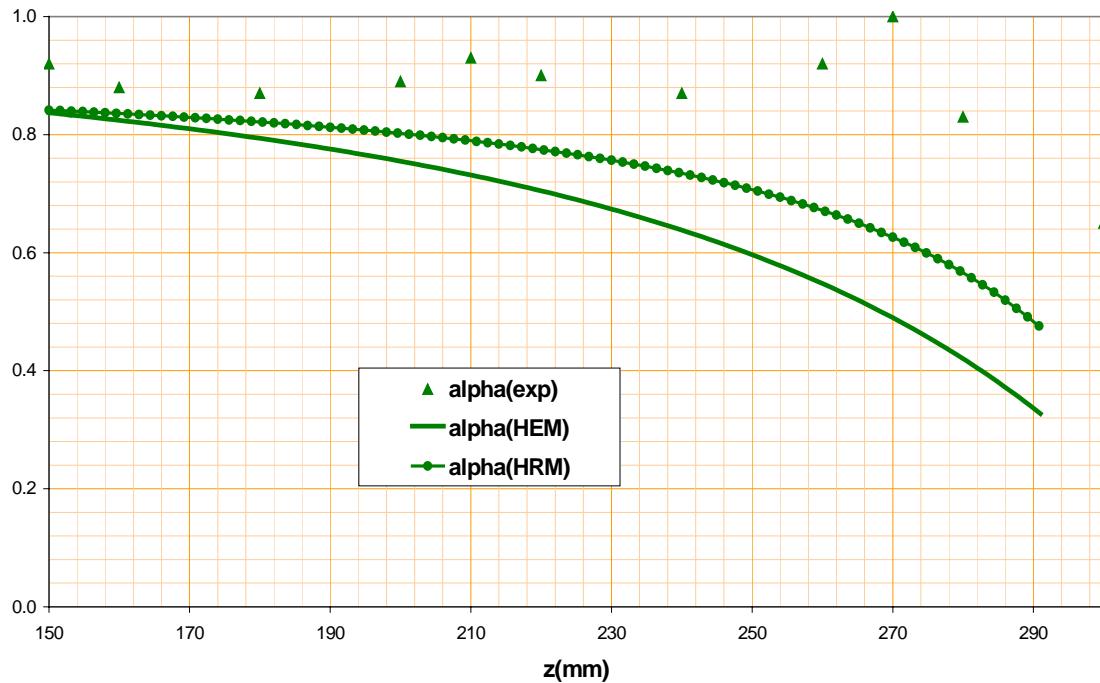


Figure3-20 : Confrontation des taux de vide calculés avec les deux modèles (HEM et HRM) et le taux de vide expérimental

La partie dite homogène est composée d'un écoulement dispersé de gouttelettes d'eau dans la vapeur. Le mélange y est considéré homogène et est caractérisé par les valeurs moyennes de l'écoulement pondérées par le taux de vide. Cette partie est caractérisée par la dispersion totale des gouttelettes liquides dans la vapeur conduisant à une surface d'échange importante. Le modèle homogène avec relaxation ne donne pas de résultats très différents du modèle homogène équilibré. En effet pour s'approcher des résultats expérimentaux, on a joué sur le temps de relaxation et sur le coefficient de frottement, mais même pour un temps de relaxation extrêmement réduit et un coefficient de frottement important, on n'est pas arrivé à capter l'onde de condensation. On peut simplement affirmer que les deux modèles considérés (HEM et HRM) donnent des résultats numériques conformes aux résultats expérimentaux jusqu'au col.

3-5 MODÉLISATION 1D DE L'ONDE DE CONDENSATION

3-5-1 TRAVAUX ANTÉRIEURS

Les difficultés de modélisation rencontrées pour capter l'onde de condensation nous ont conduit à réfléchir à une autre méthode pour définir ce phénomène physique de l'IC. Mais, avant de procéder à cela, on va citer des travaux antérieurs sur ce sujet.

Pouring [Pouring1965] interprète l'onde de condensation par une quantité importante de la chaleur de condensation et par l'augmentation de la pression statique du mélange diphasique. Le choc thermique est défini alors comme un apport de chaleur qui fait que le nombre de Mach tend vers l'unité. Une expression adimensionnelle du transfert de chaleur critique est donnée en fonction du nombre de Mach local :

$$\dot{\Xi}_{max} = \frac{\Xi_{max}}{CpT_0} = \frac{(Ma^2 - 1)^2}{2(\gamma + 1)(1 + 0,5(\gamma - 1)Ma^2)Ma^2} \quad (3-133)$$

avec :

T_0 : Température de stagnation avant le transfert de chaleur

L'auteur a étudié la variation de la vitesse du son à travers une zone de condensation en utilisant un paramètre cz donné par l'équation (3-134). Dans cette expression, seules les variations de la section de passage et de la température totale sont prises en compte.

$$\left\{ \begin{array}{l} cz = (1 - Ma^2) \frac{dMa^2}{dz} = Ma^2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2 \right) \left[\underbrace{(1 + \gamma Ma^2) \frac{dT}{T}}_{(A)} - \underbrace{2 \frac{dS}{S}}_{(B)} \right] \\ cz = 0 \quad \text{au col} \\ \frac{dMa^2}{dz} = 0 \quad \text{localisation du choc} \end{array} \right. \quad (3-134)$$

avec :

T : Température total de l'écoulement à un emplacement donné

Le coefficient cz dépend de la géométrie de la tuyère tant que T reste constante. Pour une tuyère de Laval, la fonction (B) prend d'abord une valeur positive dans la partie subsonique de

la tuyère et puis une valeur négative dans la partie supersonique, et enfin elle s'annule au col. Cette situation ($T = \text{cte}$) est celle qui prédomine jusqu'au début de la condensation. Une fois que la condensation a eu lieu, la température du mélange change et la vitesse du son sera déterminée par les changements de section et de température. L'équation (3-134) montre que, en général ($Ma \neq 1$), le nombre de Mach atteint son maximum ou son minimum quand cz s'annule (la variation de température peut contrer le changement de section).

L'analyse des ondes de choc dans un écoulement diphasique établie par Saltanov [Saltanov1970] a montré que le phénomène d'évaporation peut aussi bien exister que celui de la condensation, et ceci dépend de l'état physique de l'écoulement en amont du choc (P , u , x). C'est pourquoi la production d'une onde de condensation ne peut alors avoir lieu dans un mélange diphasique que pour des taux de vide faibles (l'auteur donne des valeurs limites) :

$$\begin{cases} (\alpha_{lim})_{min} \approx 0,03 & \text{pour } P = 0,1 \text{ bar} & \text{et} & \frac{P_2}{P_1} = 10 \\ (\alpha_{lim})_{min} \approx 0,35 & \text{pour } P = 5 \text{ bar} & \text{et} & \frac{P_2}{P_1} = 30 \end{cases} \quad (3-135)$$

Dans cette partie, les indices 1 et 2 désignent respectivement l'état amont et aval de l'onde de condensation.

Afin de modéliser cette onde de condensation, l'auteur adopte l'hypothèse exagérée⁵ de l'égalité des vitesses du son liquide et vapeur ($c_V = c_L = c$).

Nguyen [Nguyen1981] présente une expression simple pour le calcul de la vitesse du son dans un mélange diphasique. Pour un modèle homogène, l'auteur suppose qu'il n'y a pas eu de changement de phase pendant l'écoulement. La vitesse sonique peut être estimée comme suit :

$$c = \left\{ \left[(1-\alpha) \sqrt{\frac{(1-\alpha)}{c_L^2} + \frac{\alpha \rho_L}{\rho_V c_V^2}} \right] + \left[\alpha \sqrt{\frac{\alpha}{c_V^2} + \frac{(1-\alpha)\rho_V}{\rho_L c_L^2}} \right] \right\}^{-1} \quad (3-136)$$

avec :

c_V : vitesse du son pour la phase vapeur seule,

c_L : vitesse du son pour la phase liquide seule.

Le choc thermique dans une vapeur humide en état instationnaire déséquilibré a été élaboré par Young [Young1984]. L'auteur a considéré que la vapeur humide est un mélange homogène de vapeur et de gouttelettes liquides dispersées, il a montré que l'écoulement admet une onde de choc quand la vitesse de la vapeur atteint la vitesse du son figée dans le système (la vitesse du son à l'équilibre n'a pas d'intérêt physique dans ce cas). La vitesse du son dans un écoulement diphasique dépend de la dispersion de la phase liquide et aussi de la fréquence de l'onde. Young distingue alors deux cas :

⁵ Remarque : L'égalité des vitesses du son liquide et vapeur n'est vérifiée que si la variation de la pression en fonction de la masse volumique $P(\rho)$ est la même pour les deux phases.

- pour un milieu contenant des grosses gouttes, les ondes se propagent à fréquence élevée pour une vitesse du son figée :

$$c_f = \sqrt{\frac{k_f P}{\rho}} \quad (3-137)$$

- pour un milieu contenant des petites gouttes, les ondes se propagent à une fréquence faible pour une vitesse du son à l'équilibre :

$$c_e = \sqrt{\frac{k_e P}{\rho}} \quad (3-138)$$

avec :

k_f : exposant isentropique de la phase vapeur seule,
 k_e : exposant isentropique du mélange à l'état d'équilibre.

Pour les faibles pressions ($0,1 \text{ bar} < P < 1 \text{ bar}$), Young propose des valeurs pour les deux coefficients :

$$k_f = 1,32 \quad \text{et} \quad k_e = 1,12 \quad (3-139)$$

Selon Chen [Chen1986], pour un mélange diphasique, une bonne représentation de la vitesse du son est donnée par la formule suivante :

$$c = \frac{c_{Vsat} \left[1 - (1-x) \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_L} \right) \right]}{\left\{ 1 - (1-x) \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_L} \right) \left[1 + \frac{d^2 G}{dT^2} \left[\left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_L} \right) \frac{c_{Vsat}}{s_{LV}} \right]^2 \right] \right\}^{0,5}} \quad (3-140)$$

avec :

c_{Vsat} : vitesse du son de la vapeur saturante,
 G : fonction spécifique de Gibbs ($G = h - Ts$),
 s_{LV} : différence d'entropie massique vapeur/liquide saturants.

Guha [Guha1994 (septembre)] a fait une étude sur le choc thermique dû à la condensation déséquilibrée. L'auteur se base sur l'expression d'une quantité de chaleur critique (3-133), qui n'est autre que la chaleur maximale absorbée par le fluide avant que le nombre de Mach de l'écoulement ne tende vers l'unité. Par contre, l'auteur met en valeur deux effets responsables de l'onde de condensation, et qui ne sont pas pris en considération par cette équation exprimant le transfert de chaleur critique :

- la réduction du flux massique de vapeur causé par la condensation,
- l'augmentation de la surface d'échange.

La formule exprimant le flux critique en tenant compte de la variation de la surface d'échange est la suivante :

$$\dot{\Xi}_{max} = \frac{\Xi_{max}}{CpT_0} = \frac{\gamma + 1}{2\left(\gamma + \frac{\bar{S}}{S_2}\right)} \frac{\left(\gamma Ma_1^2 + \frac{\bar{S}}{S_1}\right)^2}{Ma_1^2 \left[1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} Ma_1^2\right]} - 1 \quad (3-141)$$

avec :

$$\bar{S} = \frac{S_1 + S_2}{2}$$

Le flux critique en tenant compte des deux effets, à savoir la variation de la surface d'échange et la variation du flux massique de la vapeur, se calcule en résolvant l'équation suivante du second degré :

$$\frac{L_v}{CpT_0} \frac{2}{\left(\gamma \frac{S_2}{\bar{S}} + 1\right)} \left(\frac{\Xi_{max}}{L_v}\right)^2 + \left(\frac{2}{\left(\gamma \frac{S_2}{\bar{S}} + 1\right)} - \frac{L_v}{CpT_0}\right) \left(\frac{\Xi_{max}}{L_v}\right) + \frac{\gamma + 1}{2} \frac{\left(\gamma Ma_1^2 + \frac{\bar{S}}{S_1}\right)^2}{Ma_1^2 \left[1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} Ma_1^2\right]} - 1 = 0 \quad (3-142)$$

Guha a alors étudié le choc de condensation dans des flux diphasique (vapeur + gouttelettes) en présence ou non d'un gaz porteur. Il constate que de tels écoulements sont caractérisés par deux genres de flux :

- flux bloqué (ou flux figé), qui est caractérisé par des gouttelettes liquides non participantes au processus mécanique du fluide,
- flux équilibré qui est caractérisé par des gouttelettes liquides qui sont toujours dans un équilibre complet avec leur propre vapeur.

En connaissant la position du choc et en négligeant le passage du flux dans cette zone, l'auteur emploie les équations de bilans pour déduire les conditions de saut à travers le choc. Ces équations de conservations peuvent être résolues analytiquement si toutes les variables du flux aval sont connues.

3-5-2 MODÈLE AVEC LES CONDITIONS DE SAUT

Le modèle homogène équilibré HEM et le modèle homogène avec relaxation HRM n'ont pas pu capter l'onde de condensation. Donc, on s'est dirigé vers une méthode qui permet de calculer les conditions de saut à travers le choc thermique en utilisant l'écoulement amant. Ainsi, par la suite, on va modéliser un écoulement totalement liquide (équation de Bernoulli) dans un diffuseur.

L'expérience a montré que pour un fonctionnement stable de l'IC, il est absolument nécessaire que l'onde de condensation reste localisée dans le diffuseur. Par contre plus la contre pression augmente plus on assiste à un tassemement progressif de l'onde vers le col de la chambre de mélange. Cependant, on le conçoit facilement, la contre pression ne peut être augmentée indéfiniment, d'où l'existence d'une valeur limite. Cette dernière est la contre pression maximale admissible, obtenue lorsque la position de l'onde de condensation est située au col de la chambre de mélange. C'est cet emplacement du choc thermique qu'on va adopter pour cette modélisation dont l'objectif est de prédire la contre pression maximale de l'IC.

Guha [Guha1994 (mai)] a fait l'étude d'un mélange diphasique (vapeur + gouttelettes). La vapeur ne condense pas spontanément quand elle est sous-refroidie. Par contre, quand le mélange contient une surface d'échange suffisante entre les deux phases pour que la condensation se produise, la chaleur latente de la condensation commence à chauffer le mélange. Par conséquent, le sous-refroidissement diminue très rapidement (presque d'une manière exponentielle) et le mélange atteint l'équilibre thermodynamique dans une zone courte (nommée choc de condensation). Dans le cas où la variation de la section de passage de l'écoulement, à travers cette zone rapide de condensation, peut être négligée, l'auteur a employé les équations de bilans pour donner les conditions de saut à travers cette zone (entre le point de Wilson et le point de l'équilibre thermodynamique).

Le modèle utilisé considère alors une structure d'onde stationnaire à amplitude finie dans un flux stationnaire unidimensionnel du mélange. En amont de l'onde de condensation, l'écoulement est en équilibre thermodynamique avec une pression, une température et une masse volumique données. En aval de l'onde, un nouvel état d'équilibre est établi, les équations de bilan (continuité, quantité de mouvement et énergie) pour un mélange diphasique reliant les deux états d'équilibre à travers une onde de condensation prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} \rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \\ P_1 + \rho_1 u_1^2 = P_2 + \rho_2 u_2^2 \\ CpT_1 - (1 - x_1)Lv_1 + \frac{1}{2}u_1^2 = CpT_2 - (1 - x_2)Lv_2 + \frac{1}{2}u_2^2 \end{cases} \quad (3-143)^6$$

Dans le cas où les paramètres amont seraient connus et que les paramètres aval devraient être déterminés, on peut formuler une solution de (3-143).

On définit les constantes suivantes :

$$\begin{cases} D_1 = \rho_1 u_1 \\ F_1 = P_1 + \rho_1 u_1^2 \\ H_1 = CpT_1 - (1 - x_1)Lv_1 + \frac{1}{2}u_1^2 \end{cases} \quad (3-144)$$

On considère que dans le cas de l'IC on a une condensation complète d'où : $x_2 = 0$. Le système s'écrit :

⁶ Remarque : les indices 1 et 2 représentent les états respectives amont et aval de l'onde de condensation.

$$\begin{cases} \rho_2 u_2 = D_1 \\ P_2 + \rho_2 u_2^2 = F_1 \\ CpT_2 - Lv_2 + \frac{1}{2}u_2^2 = H_1 \end{cases} \quad (3-145)$$

La chaleur latente Lv étant fonction de la pression et de la température, le système (3-145) est à trois équations (3-143) avec quatre inconnues (ρ_2, u_2, P_2, T_2) . On écrit alors T_2 en fonction des autres inconnues du système, en utilisant des équations de fermeture.

Un liquide est un état intermédiaire entre l'état solide et l'état gazeux. A ce jour, malheureusement, aucune théorie générale n'a pu rendre compte rigoureusement de l'état liquide, en particulier, il n'existe pas d'équations d'état. Les propriétés d'un liquide sont définies alors par des tables ou diagrammes expérimentaux. Néanmoins, il existe quelques indications générales relatives à l'état liquide.

Coefficient de compressibilité isotherme

Par rapport à un gaz, un liquide est réputé incompressible. Ainsi, dans la présentation de Clapeyron (diagramme P, v) les isothermes du liquide sont pratiquement verticales, ce qui dénote un coefficient de compressibilité isotherme :

$$\chi_T = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_T \quad (3-146)$$

Coefficient de dilatation isobare

Le coefficient de dilatation isobare est défini par :

$$\alpha_P = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \quad (3-147)$$

Coefficient d'accroissement de pression isochore

Ce coefficient, à son tour, est défini par :

$$\phi_v = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v \quad (3-148)$$

Ces coefficients permettent d'établir les équations d'état. Ils sont déterminés expérimentalement. On les trouve dans les livres de données thermodynamiques, par exemple [Reid1986]. Ils sont liés par la relation mathématique suivante :

$$P = -\frac{\alpha_P}{\chi_T \phi_v} \quad (3-149)$$

Chaleurs massiques

La chaleur massique sous pression constante Cp d'un liquide est mesurée par des expériences calorimétriques. On déduit alors Cv par le calcul en utilisant la relation de Mayer généralisée suivante :

$$Cp - Cv = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \quad (3-150)$$

En utilisant les équations de définition (3-147) et (3-148), on obtient :

$$Cp - Cv = T v \phi_v o_p P \quad (3-151)$$

d'où :

$$T = \frac{Cp - Cv}{\phi_v o_p} \frac{\rho}{P} = \frac{\chi_T (Cv - Cp)}{o_p^2} \rho \quad (3-152)$$

En introduisant la relation (3-152) dans la troisième équation du système (3-145), on obtient l'équation suivante :

$$\frac{1}{2D_1^2} (F_1 - P_2)^3 - (H_1 + Lv_2)(F_1 - P_2) + D_1^2 G_1 = 0 \quad (3-153)$$

avec : $G_1 = Cp(Cv - Cp) \frac{\chi_T}{o_p^2}$

La pression en amont de l'onde de condensation est calculée alors en résolvant l'équation (3-153) qui est une équation non linéaire et implicite en P_2 (*annexe 3*).

Les valeurs extrêmes de l'intervalle de validité pour P_2 sont initialisées à 5 bar pour P_{2min} et 12 bar pour P_{2max} . Connaissant le domaine de validité, la racine de l'équation (3-153) est déterminée par dichotomie. Il est important de noter que cette équation ne possède qu'une seule solution dans l'intervalle $[P_{2min}, P_{2max}]$. Une représentation de la fonction définie par cette équation est donnée sur la *figure 3-21*.

La pression P_2 étant calculée, on en déduit la masse volumique de part l'équation :

$$\rho_2 = \frac{D_1^2}{F_1 - P_2} \quad (3-154)$$

et la vitesse, de par l'équation suivante :

$$u_2 = \frac{F_1 - P_2}{D_1} \quad (3-155)$$

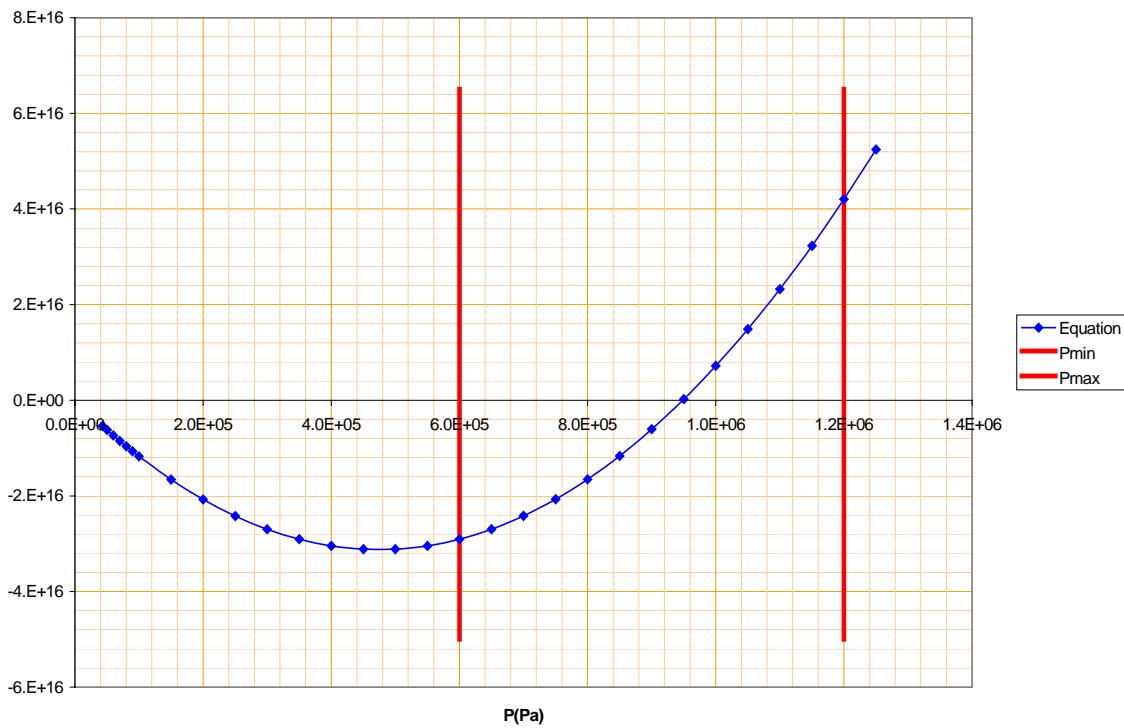


Figure 3-21 : Solution de l'équation (3-152) avec des coefficients donnés du polynôme

Le mélange étant totalement liquide à la fin de l'onde de condensation, l'écoulement dans le diffuseur est simplement décrit par l'équation de Bernoulli (écoulement isotherme et incompressible), l'équation de continuité et une équation d'état pour déterminer l'enthalpie à la sortie de l'IC :

$$\begin{cases} \rho_j = \rho_{j+1} \\ \rho_j u_j S_j = \rho_{j+1} u_{j+1} S_{j+1} \\ P_j + \frac{1}{2} \rho_j u_j^2 = P_{j+1} + \frac{1}{2} (1 - \xi) \rho_{j+1} u_{j+1}^2 \\ h_{j+1} = f(P_{j+1}, \rho_{j+1}) \end{cases} \quad (3-156)$$

ξ est le coefficient de perte de charge singulière dans un diffuseur conique calculé selon l'équation (3-29).

3-5-3 RÉSULTATS DU MODÈLE AVEC LES CONDITIONS DE SAUT

Les simulations réalisées montrent bien que l'onde de choc est définie par les conditions de saut adoptées. Les profils de pression obtenus sont confrontés aux résultats expérimentaux.

Malheureusement, les mesures locales, dont nous disposons ([Deberne2000]), ont été relevées sur un IC à section rectangulaire. Ces mesures ne représentent que le fonctionnement

qualitatif de l'IC- le taux de compression est généralement aux alentours de 0,6- (pour tous les essais, l'IC à section rectangulaire s'est révélé incapable à fonctionner avec un taux de compression supérieur à l'unité) alors que l'intérêt d'un IC est de donner une pression de sortie supérieure aux pressions d'entrée. En effet, Les essais relevés sur la veine de visualisation à section rectangulaire prouvent que l'effet 2D est bien présent sur cette configuration et qu'il est moins influent sur la configuration axisymétrique. Par conséquent, nos résultats numériques vont être confrontés aux essais de performances relevés sur les IC INSA/LC (Ces IC ont été fabriqués et testés à l'INSA, leur fonctionnement est à liquide central et leurs dimensions sont précisés en *annexe 4*) qui représentent mieux le fonctionnement réel d'un IC (*figure 3-22, figure 3-23*). Ces mesures sont tirées des mesures de performances relevées sur des IC axisymétriques établis par [Deberne2000]

La *figure 3-22* présente l'influence du taux d'entraînement sur le profil de pression au niveau de l'onde de condensation. Les résultats numériques présentent une bonne concordance avec les résultats expérimentaux. On constate que plus le taux d'entraînement est grand plus l'amplitude de l'onde de condensation est importante. En effet, lorsque le taux d'entraînement est important, la quantité du liquide présente dans le mélange est plus importante ce qui implique un taux de condensation élevé.

La *figure 3-23* met aussi en évidence une bonne concordance entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux se rejoignent bien. Sur cette figure, est présenté l'influence de la pression d'alimentation de la vapeur sur la pression au niveau de l'onde de condensation. On constate que plus la pression d'entrée de la vapeur est élevée plus la pression maximale de sortie de l'IC est importante.

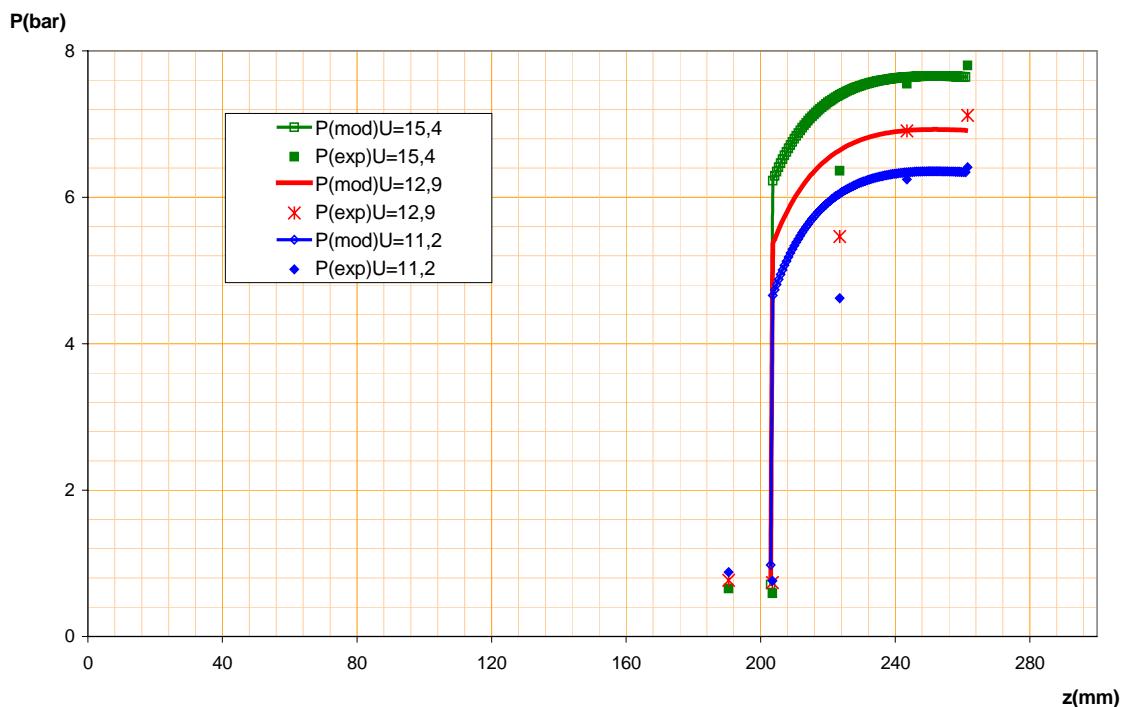


Figure 3-22 : Influence du taux d'entraînement (U) sur le profil de pression au niveau de l'onde de condensation

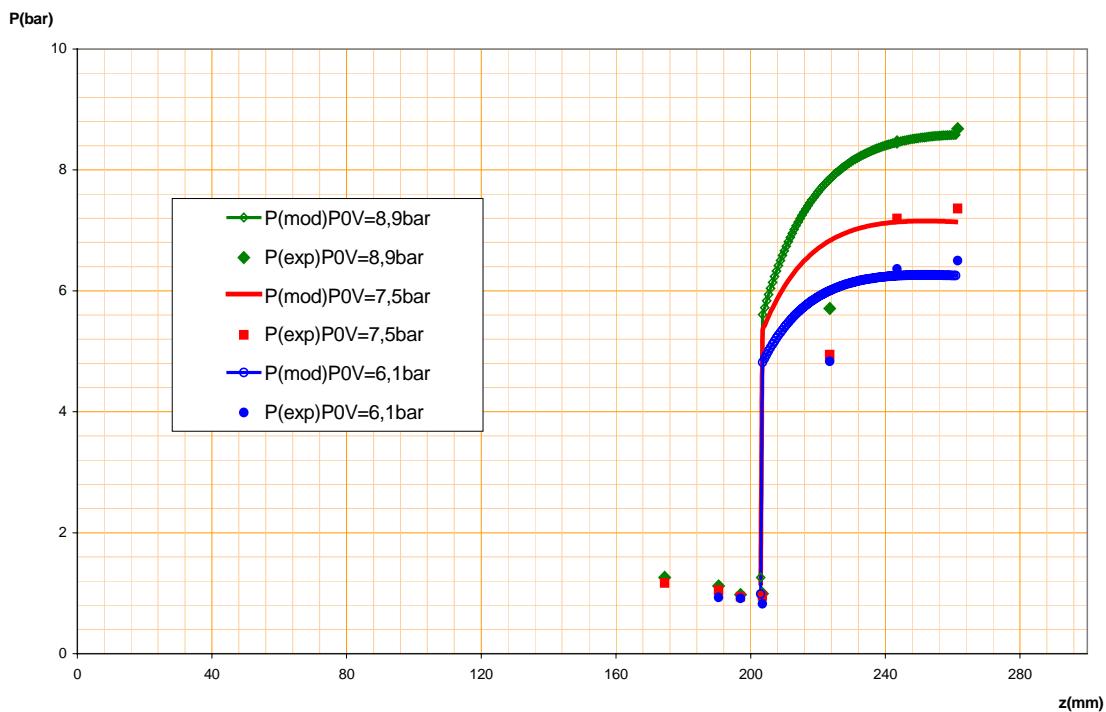


Figure 3-23 : Influence de la pression d'entrée de la vapeur sur le profil de pression au niveau de l'onde de condensation

3-5-4 PERSPECTIVES : MODÈLE HRM INVERSE

Le modèle homogène avec relaxation HRM n'a pas pu produire l'onde de condensation (choc thermique réellement existant dans le fonctionnement de l'IC). Cependant, ce modèle est simple physiquement et facile à résoudre numériquement, on peut l'adopter tout en changeant les conditions aux limites. Les nouvelles conditions aux limites sont celles qui reflètent le fonctionnement réel de l'IC (P_{4L} : contre pression imposée) [Dumaz1997].

Le but est d'imposer un écoulement totalement liquide à la sortie du diffuseur avec une contre pression donnée, et d'effectuer le calcul numérique dans le diffuseur en remontant l'écoulement. De la même manière que dans le paragraphe (3-4-3), on résout le système (3-121). Par contre, pour pouvoir conduire le calcul dans le sens inverse de l'écoulement on a considéré une vitesse du mélange négative et un pas d'espace qui progresse en reculant.

Les résultats obtenus sont confrontés aux mesures expérimentales. Ces mesures sont tirées des mesures de performances relevées sur des IC axysymétriques établis par [Debernne2000]. Les paramètres géométriques qui caractérisent ces injecteurs sont donnés en *annexe 4*.

Les simulations réalisées montrent bien que l'onde de choc peut être captée en faisant le calcul dans le sens inverse de l'écoulement. Les résultats obtenus sont confrontés aux relevés expérimentaux en mettant en valeur l'influence de quelques paramètres fonctionnels (U, P_{0V}) sur la contre pression maximale, comme précédemment dans le paragraphe 3-5-3.

Les figures 3-24 et 3-25 présentent une bonne concordance entre la modélisation et l'expérience. La contre pression augmente avec le taux d'entraînement, et on remarque une forte dépendance de la contre pression à la pression d'alimentation de la vapeur. En effet, plus le taux d'entraînement et la pression d'alimentation de la vapeur augmente plus la contre pression maximale augmente. Il y a, évidemment, des valeurs limites des deux paramètres qui sont à déterminer expérimentalement pour chaque IC donné.

L'onde de condensation est bien représentée sur les profils de pression. Cependant, on note que cette onde débute toujours dès l'entrée dans le diffuseur, quasiment indépendamment de la contre pression, du taux d'entraînement et de la pression d'alimentation de la vapeur (c'est à dire les principaux paramètres de fonctionnement susceptibles de jouer sur la pression de refoulement de l'IC). Ceci laisse supposer que la position de l'onde de condensation est contrôlée uniquement par la géométrie de l'IC.

Les simulations réalisées, en admettant que le mélange à la sortie de l'IC est totalement liquide avec une pression de refoulement imposée, ont pu traduire le phénomène de l'onde de condensation numériquement (profil de pression) sans avoir recours aux conditions de saut. Les simulations réalisées, avec un jeu de données identiques aux valeurs expérimentales relevées à la sortie de la chambre de mélange, ont permis d'obtenir des résultats encourageants. Toutefois, une telle modélisation présente des limites :

- la résolution numérique nécessite au préalable des points d'essais qui servent de conditions limites,
- la validation des résultats s'est basée seulement sur les profils de pressions.

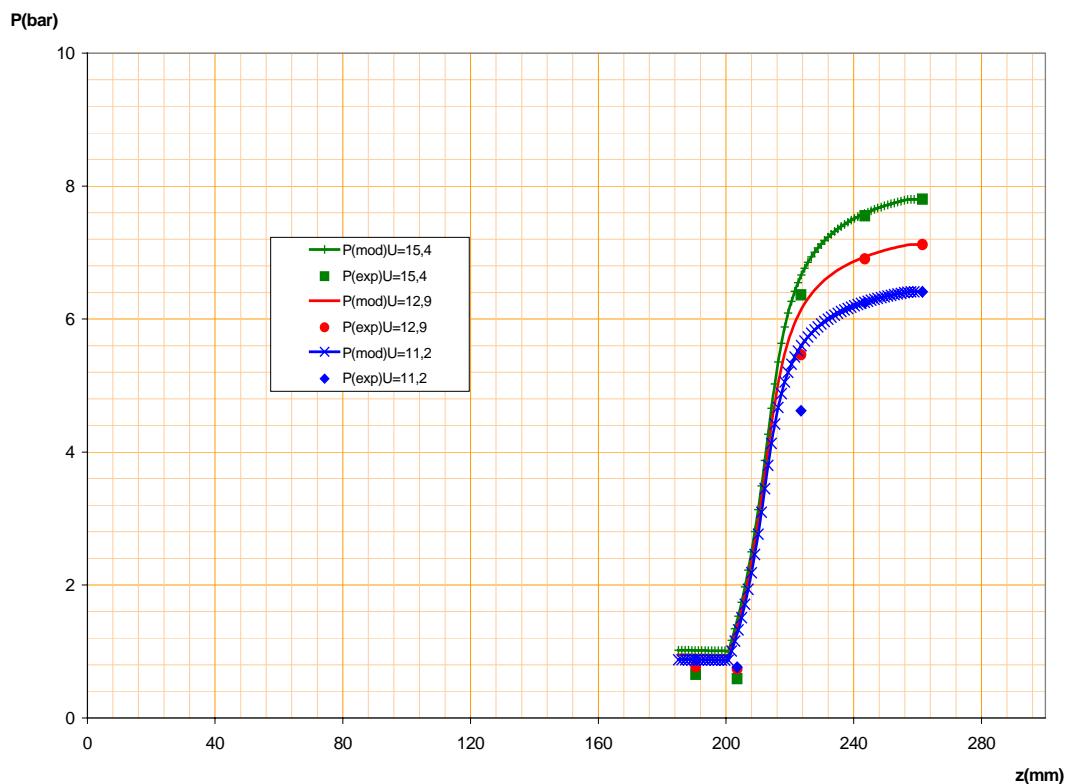


Figure 3-24 : Influence du taux d'entraînement U sur la contre pression maximale

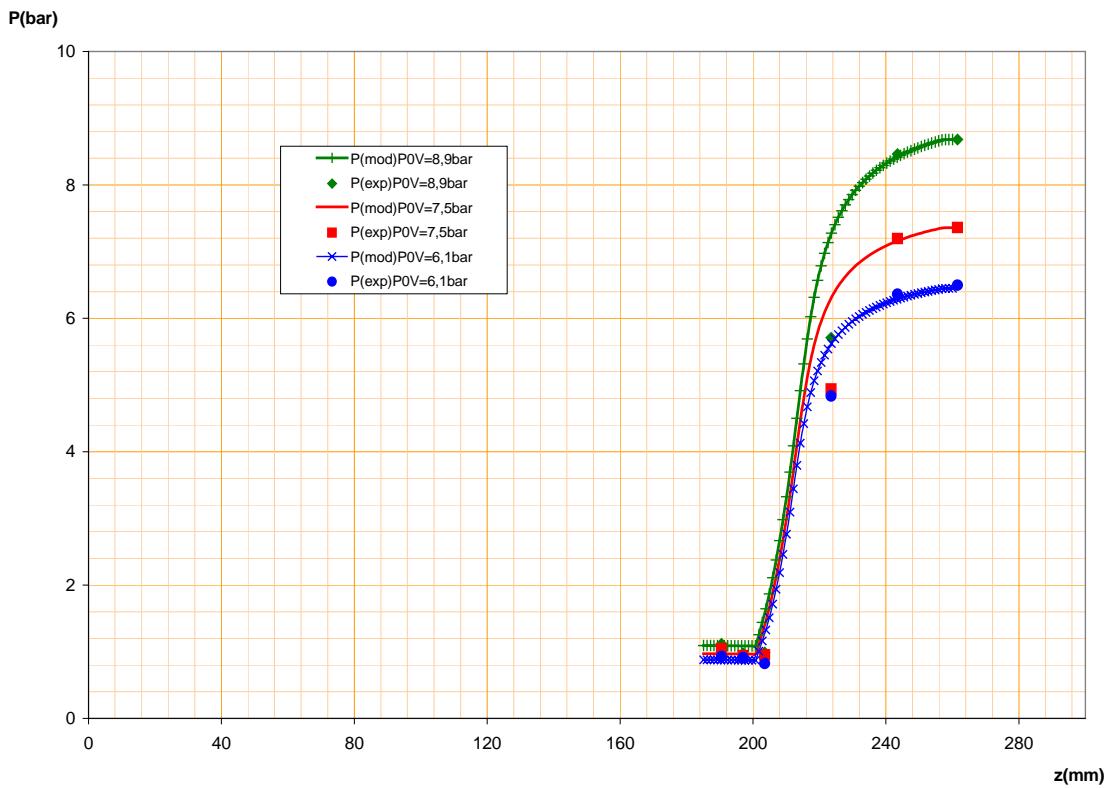


Figure 3-25 : Influence de la pression d'alimentation vapeur P_{0V} sur la contre pression maximale

Actuellement, le principal inconvénient est que les valeurs numériques de vitesses sont éloignées (4 fois supérieures) du fonctionnement réel de l'IC. La chute de la pression (onde de condensation) allant du diffuseur vers le col) a été compensée par une augmentation exagérée de la vitesse. En résolvant ce problème et en essayant de joindre les paramètres de sortie de la partie hétérogène, on pourra clore le délicat problème de l'onde de condensation, et par conséquent simuler numériquement l'intégralité de l'IC sans avoir recourt aux conditions de sauts à travers l'onde de condensation.